

ESTIMASI *NONLINEAR LEAST TRIMMED SQUARES* (NLTS) PADA MODEL REGRESI NONLINIER YANG DIKENAI *OUTLIER*

Nur Laili Arofah¹, Sri Harini²

¹Mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

²Dosen Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

e-mail: Arofah2206@gmail.com¹, sriharini21@yahoo.co.id²

ABSTRAK

Fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) adalah model regresi nonlinier intrinsik yang sering digunakan untuk mengestimasi suatu data dalam sebuah industri. Model regresi nonlinier intrinsik merupakan suatu bentuk regresi nonlinier yang tidak dapat dilinierkan, sehingga untuk mengestimasi parameter β model statistik nonlinier yang digunakan adalah *Nonlinear Least Square* (NLS) dengan pendekatan deret Taylor orde satu yang digunakan dalam iterasi *Gauss Newton*.

Salah satu masalah yang sering ditemui dalam analisis data adalah *outlier*, keberadaan *outlier* dalam analisis data sangat mempengaruhi hasil analisis sehingga kurang tepat dan sifat estimasi menjadi bias. Salah satu metode regresi yang kebal terhadap *outlier* adalah metode *Nonlinear Least Trimmed Squares*.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana sifat-sifat parameter fungsi produksi CES yang dikenai *outlier*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa parameter fungsi produksi CES yang dikenai *outlier* bersifat bias, tidak konsisten. Sehingga fungsi produksi CES yang tidak dikenai *outlier* lebih baik dari pada yang dikenai *outlier*.

Kata Kunci: Model Statistik Nonlinier, Estimasi Parameter, Fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES), *Outlier*, Metode *Nonlinear Least Trimmed Squares* (NLTS), Iterasi *Gauss Newton*.

ABSTRACT

Constant Elasticity of Substitution (CES) production function is the intrinsic nonlinear regression models that are often used to estimate the data in an industry. Intrinsic nonlinear regression model is a kind of nonlinear regression that can not be linearized, so as to estimate the β parameters nonlinear statistical model used was *Nonlinear Least Squares* (NLS) using a first order Taylor series approach used in the *Gauss Newton* iteration.

One of the problems often encountered in the analysis of data is an *outlier*, the presence of *outliers* in the data analysis greatly influence the results of the analysis so it becomes less valid and the estimation become biased. One method that is resistant to *outliers* regression is a method of *Nonlinear Least Trimmed Squares*.

This research aims to determine the characteristics of parameter CES production function which contains *outlier*. The result shows that parameter of the production function CES which contains *outliers* are bias, inconsistent. So the CES production function which does not contain *outliers* better than the are contains *outliers*.

Keywords: Nonlinear Statistical Model, Parameter Estimation, *Constant Elasticity of Substitution* (CES) production function, *Outliers*, *Nonlinear Least Trimmed Square* (NLTS) Method, *Gauss Newton* Iteration.

PENDAHULUAN

Fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) adalah salah satu bentuk model regresi nonlinier intrinsik dan tidak dapat

dilinierkan, fungsi produksi CES banyak diaplikasikan dalam bidang industri untuk menganalisis data dan mengambil kesimpulan.

Namun dalam menganalisis data sering ditemukan data pencilan (*outlier*), *outlier*

merupakan data yang memiliki nilai residu lebih besar dibanding dengan data yang lainnya. Keberadaan data *outlier* ini sangat mempengaruhi terhadap hasil kesimpulan.

Jika keberadaan *outlier* pada suatu data tidak ditangani dengan benar maka dimungkinkan hasil kesimpulannya kurang tepat. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode yang dapat mengatasi serta mendeteksi terhadap model yang dikenai *outlier*. Metode tersebut harus mampu memberikan hasil yang baik sehingga *outlier* tersebut tidak lagi berpengaruh buruk terhadap pendugaan parameter dan diharapkan mampu menghasilkan model yang cocok untuk menganalisis data.

Pada penelitian terdahulu diketahui metode robust yang digunakan untuk mendeteksi *outlier* adalah metode *Least Trimmed Squares*, metode *Least Trimmed Squares* merupakan metode yang mampu mengatasi *outlier* yang timbul baik dari variabel terikat (dependent) maupun dari variabel bebas (independent) dengan baik pada model regresi linier.

Namun pada penelitian ini, model regresi yang diteliti adalah model regresi nonlinier yang dikenai *outlier*, sehingga metode *Least Trimmed Squares* tidak dapat diterapkan, sehingga pada penelitian ini penulis menggunakan metode *Nonlinear Least Trimmed Squares*. Sifat dari metode ini hampir sama dengan metode *Least Trimmed Squares* yaitu mengatasi *outlier* dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat residu dari h pengamatan, penduga yang dihasilkan oleh metode ini tidak terpengaruh oleh keberadaan *outlier*. Analisis sifat penduga *Nonlinear Least Trimmed Squares* (NLTS) dilakukan dengan melihat nilai bias, ragam, dan Mean Square Error (MSE).

TINJAUAN PUSTAKA

Regresi Nonlinier

Model nonlinier merupakan bentuk hubungan antara peubah respon dengan peubah penjelas yang tidak linier dalam parameter. Menurut [1], model umum regresi nonlinier adalah:

$$Y_i = f(X_{ij}, \beta_{ij}) + e_i$$

dengan:

- Y_i : nilai respon ke- $i=1,2,\dots,n$
- X_{ij} : nilai prediktor ke- j pengamatan ke- i
- β_{ij} : nilai parameter ke- $u; u=1,2,\dots,k (k=p+1)$

- e_i : nilai sisaan ke- i ;
- n : ukuran contoh
- k : banyaknya parameter
- p : banyaknya peubah prediktor
- $f(X_{ij}, \beta_{ij})$: fungsi regresi nonlinier

Menurut [1], model regresi nonlinier diklasifikasikan menjadi linier intrinsik dan nonlinier intrinsik. Model linier intrinsik dapat ditransformasikan menjadi bentuk linier, sedangkan model nonlinier intrinsik tidak dapat ditransformasikan menjadi bentuk linier.

Fungsi Produksi Constant Elasticity Of Substitution (Ces)

Fungsi produksi adalah suatu hubungan matematis yang menggambarkan suatu cara dengan jumlah dari hasil produksi tertentu tergantung dari jumlah input tertentu yang digunakan [2].

Menurut Joesron dan Fathorrozi dalam [3], terdapat beberapa bentuk fungsi produksi antara lain fungsi produksi Cobb-Douglas, fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) dan fungsi produksi Leontief.

Fungsi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) dikembangkan oleh Arrow, Chenery, Minhan, dan Solow pada tahun 1961. Bentuk fungsi produksi *Constant Elasticity Of Substitution* (CES):

$$Q_t = \beta_1 [\beta_2 L_t^{\beta_3} + (1 - \beta_2) K_t^{\beta_3}]^{\frac{\beta_4}{\beta_2}} + e_t$$

dimana Q_t adalah hasil keluaran (output) produksi pada saat t sebagai nilai respon, L_t adalah tenaga kerja (labor) pada saat t sebagai variabel pertama, K_t adalah modal (capital) pada saat t sebagai variabel kedua. Parameter-parameter β berhubungan secara tak linier dengan variabelnya [4].

Sifat-Sifat Estimasi Parameter

[5] menyatakan suatu penaksiran dinilai baik apabila memenuhi kriteria *unbias*, *efisien* dan konsisten.

Estimator Tak Bias (*Unbiased Estimator*)

Estimator dikatakan tidak bias jika mean distribusi sampel adalah sama dengan mean parameter β yang tidak diketahui.

$$E[\hat{\beta}] = \beta$$

dimana β merupakan parameter yang diestimasi, dan $\hat{\beta}$ sebagai estimator titik.

Efisien

Jika $\hat{\beta}$ adalah estimator β tak bias, dan tidak ada estimator tak bias lainnya yang memiliki varian yang lebih kecil, maka $\hat{\beta}$ dikatakan paling efisien atau *minimum variance unbiased estimator* β .

$\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ adalah 2 estimator tak bias, maka $\hat{\beta}_1$ dikatakan lebih efisien dari $\hat{\beta}_2$ jika $Var(\hat{\beta}_1) < Var(\hat{\beta}_2)$.

Konsisten

Suatu penduga $\hat{\beta}$ dikatakan konsisten apabila semakin mendekati parameter yang diduga. Secara matematis dapat dituliskan $\hat{\beta}$ penduga yang konsisten karena $\hat{\beta} \rightarrow \beta$ dengan $n \rightarrow \infty$ atau dengan pernyataan peluang, $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\beta} - \beta| < \epsilon) = 1$.

Iterasi Gauss Newton

Menurut [6], iterasi *Gauss Newton* merupakan proses iterasi yang akan menghasilkan solusi untuk permasalahan regresi nonlinier. Iterasi Gauss Newton menggunakan deret Taylor untuk mendekati model regresi nonlinier dengan persamaan linier dan pada semua proses iterasi dibutuhkan penduga awal.

Myers dalam [7] menjelaskan penduga awal dapat ditentukan lewat informasi. Kegagalan nilai awalan dalam menaksir dapat dikarenakan penduga awal terlalu dekat, terlalu kecil. Penduga awal yang baik dapat membuat penduga konvergen jauh lebih cepat [1]

Outlier

Secara umum *outlier* dapat diartikan data yang tidak mengikuti pola umum pada model atau data yang keluar dari model dan tidak berada dalam daerah selang kepercayaan [8].

Keberadaan *Outlier* akan menimbulkan beberapa masalah, diantaranya *outlier* akan mengubah atau mengaburkan kesimpulan yang dibuat oleh peneliti karena nilai penduga parameternya bersifat bias [1].

Menurut [9] metode yang digunakan untuk mengidentifikasi adanya *outlier* yang berpengaruh

dalam koefisien regresi antara lain identifikasi dengan grafis, dengan metode *leverage value* dan *the difference in fit statistics*.

Nonlinear Least Trimmed Squares (NLTS)

Rousseuw (1997) dalam [10] menyatakan salah satu metode pendugaan parameter model regresi terhadap data yang mengandung *outlier* (pencilan) adalah metode penduga *Least Trimmed Square* (LTS). Metode ini merupakan salah satu metode pendugaan parameter pada regresi robust yang kekar terhadap keberadaan *outlier* (pencilan). Metode *Least Trimmed Square* (LTS) mempunyai prinsip pendugaan parameter yang sama dengan Metode Kuadrat Terkecil, yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galat. Hanya saja pada metode *Least Trimmed Square* (LTS), jumlah kuadrat galat yang diminimumkan adalah jumlah kuadrat galat dari h pengamatan yang dianggap bukan *outlier* (pencilan).

Menurut [11] metode penduga *Least Trimmed Square* (LTS) memiliki beberapa kekurangan, yaitu ketika metode ini diterapkan pada regresi nonlinier, maka hasil estimasinya kurang maksimal. Sehingga ditemukan metode penduga parameter regresi robust untuk regresi nonlinier terhadap data yang mengandung *outlier* yaitu metode *Nonlinear Least Trimmed Squares*. Cizek dalam [12] menjelaskan bahwa penduga parameter *Nonlinear Least Trimmed Squares* dapat diselesaikan dengan metode *nonlinier least squares* untuk h pengamatan yang terletak dalam interval $\frac{n}{2} \leq h \leq n$. Penduga *Nonlinear Least Trimmed Squares* didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^{(NLTS,h)} = \arg \min_{\beta \in R^k} \sum_{i=1}^h e_{[i]}^2$$

$$= \arg \min_{\beta \in R^k} \sum_{i=1}^h \{Y_i - f(X_{ij}, \beta_{i1})\}^2$$

dimana:

- Arg* : argument
- min* : minimum
- R^k : ruang *Euclidis* berdimensi k ($k = p+1$)
- h : konstanta pemotongan (*Trimming constant*)
- $e_{[i]}^2$: statistik peringkat ke- i untuk $e_i^2 (e_{[1]}^2 \leq e_{[2]}^2 \leq \dots e_{[n]}^2)$

Nilai h yang digunakan ketika jumlah data lebih besar atau sama dengan 30 maka untuk mendapatkan nilai h adalah sebagai berikut:

$$h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{p+1}{2} \right\rfloor \text{ atau } h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{p+2}{2} \right\rfloor$$

Sejumlah h pengamatan yang memiliki kuadrat sisaan $e_{[1]}^2 \leq e_{[2]}^2 \leq \dots \leq e_{[n]}^2$ digunakan untuk menduga parameter *Nonlinear Least Trimmed Squares*.

METODOLOGI PENELITIAN

Data penelitian

Data dalam penelitian ini berupa data sekunder yang bersumber dari buku *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen* dengan MATLAB [4]. Variabel yang diteliti yaitu variabel y adalah *output* dan *labor* (x_1), *capital* (x_2).

Tahap Penelitian

1. Estimasi Parameter Fungsi Produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)* dengan Metode *Nonlinear Least Trimmed Squares (NLTS)*

- Membentuk model fungsi produksi CES
- Estimasi parameter model fungsi produksi CES dengan menggunakan NLS
- Model fungsi produksi CES dikenai *outlier*
- Estimasi parameter model fungsi produksi CES dikenai *outlier* dengan menggunakan NLS.
- Menentukan Sifat-Sifat Estimasi Parameter (tak bias, efisien, konsisten)

2. Aplikasi Fungsi Produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)* pada Data Pengaruh Labor dan Capital terhadap Output Produksi

- Estimasi parameter regresi *robust* menggunakan *Nonlinear Least Trimmed Squares (NLTS)*, dengan:
 - Deteksi *outlier*
 - Boxplot*
 - Leverage Value*
 - The Difference in Fit Statistics (DFITS)*
 - Menghitung nilai h
 - Membuat urutan data ke- i untuk e_i^2
 - Urutkan hasil kuadrat residu dari yang terkecil ke yang terbesar
 - Mengurutkan $h(X_{i,j}, Y_i)$ berdasarkan $e_{[i]}^2$
 - Melakukan estimasi parameter pada model fungsi produksi CES dengan menggunakan Iterasi *Gauss Newton*

- Estimasi parameter pada data sebelum data *outlier* dibuang
 - Estimasi parameter pada data setelah data *outlier* dibuang
- G. Pembahasan hasil analisis.
H. kesimpulan.

PEMBAHASAN

Estimasi Parameter Fungsi Produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)* dengan Metode *Nonlinear Least Trimmed Squares (NLTS)*

Bentuk fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)* adalah sebagai berikut:

$$Q_t = \beta_1 [\beta_2 L_t^{\beta_3} + (1 - \beta_2) K_t^{\beta_3}]^{\frac{\beta_4}{\beta_2}} + e_t \quad (1)$$

dengan

$$[L, K] = X$$

maka persamaan (1) dapat ditulis menjadi:

$$Q = f(X, \beta) \quad (2)$$

persamaan (1) dapat ditulis menjadi:

$$y = Q + e$$

atau

$$y = f(X, \beta) + e \quad (3)$$

Dimana persamaan (3) merupakan bentuk fungsi produksi CES yang tidak dikenai *outlier*.

Untuk menentukan penduga parameter dari fungsi produksi CES yang tidak dikenai *outlier* menggunakan bentuk regresi nonlinier dari fungsi produksi CES dengan menggunakan persamaan (3). Menurut [13] metode *Nonlinear Least Trimmed Squares* mengestimasi parameter dengan meminimumkan nilai residual.

Setelah diminimumkan, hasil nilai residual untuk penaksiran parameter β pada regresi nonlinier intrinsik ini dilakukan dengan proses iterasi. Sehingga diperoleh bentuk umum taksiran modelnya sebagai berikut:

$$\beta^{n+1} = \beta^n + (Z(\beta^n)^T Z(\beta^n))^{-1} Z(\beta^n)^T (y - f(X, \beta^n))$$

Untuk fungsi produksi CES yang dikenai *outlier*, bentuk persamaannya sebagai berikut:

$$y = f(X\varphi, \beta\varphi) + e$$

dimana φ merupakan *outlier*. Bentuk umum taksiran modelnya sebagai berikut:

$$(\beta\varphi)^{n+1} = (Z((\beta\varphi)^n)^T Z((\beta\varphi)^n)^{-1})^{-1} Z((\beta\varphi)^n)^T (y - f(X\varphi, (\beta\varphi)^n)) + Z((\beta\varphi)^n)(\beta\varphi)^n$$

Menentukan Sifat-Sifat Estimasi Parameter

Suatu parameter dikatakan parameter yang baik jika memenuhi sifat tak bias, efisien, dan konsisten.

a. Sifat tak bias

Estimator dikatakan tidak bias jika mean distribusi sampel adalah sama dengan mean parameter β yang tidak diketahui.

Estimasi parameter fungsi produksi CES yang tidak dikenai *outlier* bersifat tak bias jika $E[\hat{\beta}^{n+1}] = \beta$, dengan melakukan ekspeksi terhadap β yang tidak dikenai *outlier* didapatkan:

$$E[\hat{\beta}^{n+1}] = E\left[\beta^n + (Z(\beta^n)^T Z(\beta^n))^{-1} Z(\beta^n)^T\right] + E[e]$$

Sehingga $\hat{\beta}^{n+1}$ merupakan penduga yang tak bias bagi β yang tidak dikenai *outlier*. Namun pada β yang dikenai *outlier* bersifat bias karena

$$E[(\beta\varphi)^{n+1}] \neq \beta\varphi$$

b. Efisien

Penduga yang efisien adalah suatu penduga yang memiliki nilai variansi minimum. Akan dibandingkan nilai varian β yang tidak dikenai *outlier* dengan nilai varian β yang dikenai *outlier*.

Estimasi parameter fungsi produksi CES yang tidak dikenai *outlier* memiliki nilai varian $Var(\hat{\beta}^{n+1}) = \sigma^2 D D^T$,

Dengan $D = (Z(\beta^n)^T Z(\beta^n))^{-1} Z(\beta^n)^T$.

Sedangkan estimasi parameter fungsi produksi CES yang dikenai *outlier* memiliki nilai varian $Var((\hat{\beta}\varphi)^{n+1}) = \sigma^2 C C^T$, dengan

$C = (Z((\beta\varphi)^n)^T Z((\beta\varphi)^n))^{-1} Z((\beta\varphi)^n)^T + Z(\beta\varphi)^n$
Sehingga diperoleh $Var(\hat{\beta}^{n+1})$ lebih efisien dibanding $Var((\hat{\beta}\varphi)^{n+1})$, karena $Var(\hat{\beta}^{n+1}) < Var((\hat{\beta}\varphi)^{n+1})$.

c. Konsisten

Suatu estimasi disebut konsisten jika $E[(\hat{\beta} - E[\hat{\beta}])^2] \rightarrow 0$ jika $n \rightarrow \infty$.

Estimasi parameter fungsi produksi CES yang tidak dikenai *outlier* adalah:

$$E[(\hat{\beta}^{n+1} - E[\hat{\beta}^{n+1}])(\hat{\beta}^{n+1} - E[\hat{\beta}^{n+1}])] = 0$$

Sedangkan Estimasi parameter fungsi produksi CES yang dikenai *outlier* adalah:

$$\begin{aligned} E\left[\left((\hat{\beta}\varphi)^{n+1} - E\left[(\hat{\beta}\varphi)^{n+1}\right]\right)\left((\hat{\beta}\varphi)^{n+1} - E\left[(\hat{\beta}\varphi)^{n+1}\right]\right)\right] \\ = E\left[(\beta\varphi)^n Z((\beta\varphi)^n)(\beta\varphi)^n - Z((\beta\varphi)^n)(\beta\varphi)^n\right] \end{aligned}$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\hat{\beta}^{n+1}$ lebih konsisten dibandingkan dengan $(\hat{\beta}\varphi)^{n+1}$.

Aplikasi Fungsi Produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) pada Data.

a. Estimasi Parameter pada Model Fungsi Produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) dengan Menggunakan Iterasi *Gauss Newton*

Sebelum melakukan estimasi parameter, terlebih dahulu dideteksi keberadaan *outlier*, metode yang lebih akurat untuk deteksi *outlier* adalah *leverage value* dan didapatkan data yang merupakan outlier adalah data ke-12, ke-17, ke-18, ke-21, ke-22, ke-25 dan ke-30. Langkah selanjutnya yaitu memotot sebesar 13 data yang memiliki nilai residu besar.

Estimasi parameter dilakukan menggunakan data sebanyak 17, dimana data tersebut merupakan data setelah *outlier* dibuang. Hasil estimasi parameter sebelum data *outlier* dibuang sebagai berikut:

$$Q = A + [BL^c + (1 - B)K^c]^{\frac{D}{B}}$$

Dengan:

$$A = 1.372418099933$$

$$B = 0.389438365935$$

$$C = 0.309978135216$$

$$D = 0.986867727926$$

sedangkan hasil estimasi parameter setelah *outlier* dibuang adalah:

$$S = M + [NL^c + (1 - N)K^P]^{\frac{R}{N}}$$

$$M = 1.372418099933$$

$$N = 0.389438365935$$

$$P = 0.309978135216$$

$$R = 0.986867727926$$

dari ke-2 hasil estimasi diatas, estimasi pada data setelah *outlier* dikeluarkan lebih baik dibanding sebelum *outlier* dikeluarkan.

PENUTUP

Kesimpulan

1. Untuk mendeteksi keberadaan *outlier* pada fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) adalah dengan melihat nilai *Leverage Value*, *The Difference in Fit Statistics* (DFITS) atau dengan *Boxplot*. Kemudian dilakukan estimasi parameter dengan menggunakan metode *Nonlinear Least Trimmed Squares*, yang menghasilkan estimasi parameter sebagai berikut:

- a. Estimasi parameter pada model *Constant Elasticity of Substitution* (CES) yang tidak dikenai *outlier*

$$\beta^{n+1} = \beta^n + (Z(\beta^n)^T Z(\beta^n))^{-1} Z(\beta^n)^T (y - f(X, \beta^n))$$

- b. Estimasi parameter pada model *Constant Elasticity of Substitution* yang dikenai *outlier*

$$(\beta\varphi)^{n+1} = (Z((\beta\varphi)^n)^T Z((\beta\varphi)^n)^{-1})^{-1} Z((\beta\varphi)^n)^T (y - f(X\varphi, (\beta\varphi)^n)) + Z((\beta\varphi)^n)(\beta\varphi)^n$$

2. Sifat-sifat estimasi parameter pada model *Constant Elasticity of Substitution* (CES) yang tidak dikenai *outlier* lebih baik dibandingkan dengan sifat-sifat estimasi parameter yang dikenai *outlier*, hal ini terbukti bahwa pada model yang tidak memuat *outlier* sifa-sifat estimasi yaitu *unbias*, konsisten dan efisien terpenuhi, sedangkan pada model yang dikenai *outlier* sifat-sifat estimasi tidak terpenuhi.

Saran

Pada penelitian ini, model yang digunakan adalah fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution* (CES) yang dikenai *outlier* dan yang tidak dikenai *outlier* dan untuk mengestimasi parameter pada fungsi produksi ini digunakan metode *Nonlinear Least Trimmed Squares* (NLTS). Bagi pembaca yang ingin melakukan penelitian serupa, maka disarankan menggunakan model nonlinier intrinsik yang lainnya seperti fungsi produksi *Leontief*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] N. Draper dan H. Smith, analisis regresi terapan, jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 1992.
- [2] F. Purniawati, Aplikasi Fungsi Produksi Cobb-Douglas dalam Menestimasi Pendapatan Pajak Hotel Kota Surakarta Berdasarkan Jumlah Tenaga Kerja dan Pengunjung Hotel, Surakarta: Skripsi tidak dipublikasi, 2009.
- [3] H. Wibisono, Analisis Efisiensi Usaha Tani Kubis, Diponegoro: Skripsi tidak dipublikasi, 2011.
- [4] A. Aziz, Ekonometrika Teori & Praktik Eksperimen dengan MATLAB, Malang: UIN Maliki Press, 2010.
- [5] S. Adiningsih, Statistik Edisi Pertama, Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta, 2009.
- [6] J. N. N. Kutner C.H, Applier Linier Regression Models, New York: Mc Graw Hill, 2004.
- [7] D. Permatasari, Pemodelan Kurva Imbal Hasil Obligasi Korporasi Rating AA dan A dengan Nelson Siegel Svensson dan Cubic Spline Smoothing, surakarta: Skripsi tidak dipublikasikan, 2009.
- [8] R. Sembiring, Analisis Regresi, Bandung: ITB, 1995.
- [9] Soemartini, Pencilan (Outlier), Bandung: Universitas Padjajaran, 2007.
- [10] A. Azizah, Analisis Sifat Penduga Least Trimmed Squares (LTS) pada Regresi Linier Berganda yang Mengandung Pencilan dengan Berbagai Ukuran Contoh, Malang: Skripsi tidak dipublikasikan, 2013.
- [11] P. Cizek, "Nonlinear Least Trimmed," *JCMF* 2002, pp. 78-86, 2002.
- [12] R. Sundyni, Sifat Penduga Nonlinear Least Square (NLS) dan Nonlinear Least Trimmed Square (NLTS) Akibat Pertambahan Banyaknya Pencilan dan Ukuran Contoh, Malang: Skripsi tidak dipublikasi, 2014.
- [13] C. Chen, "Robust Regression and Outlier Detection with Robustreg Procedur," *Proceedings*, pp. 27-65, 2002.