

# HAMBURAN COMPTON DALAM KERANGKA ELEKTRODINAMIKA KUANTUM

Erika Rani  
Agus Purwanto

Jurusan Fisika, Universitas Islam Negeri Malang  
Jurusan Fisika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya 60111

## Abstrak

Telah dikaji secara analitis hamburan Compton dalam elektrodinamika kuantum pada orde terendah. Hubungan komutasi waktu bebas memberikan propagator bagi partikel bersangkutan. Hubungan komutasi dimungkinkan setelah solusi persamaan gerak terkait diekspresikan Fourier dengan koefisienn berupa operator kreasi dan anihilasi. Ekspansi ini lebih lanjut memungkinkan representasi diagram feynman bagi interaksi elektron, positron dan foton. Dalam representasi diagram ini diperlihatkan bahwa hamburan Compton secara mikroskopik mempunyai dua proses kreasi-anihilasi yang berlainan meskipun secara makroskopik tampak sama.

**Kata Kunci :** *elektrodinamika kuantum, matrik S, diagram Feynman*

## 1. Pendahuluan

Konsep foton sebagai bentuk kuantum medan elektromagnetik telah diperkenalkan diawal abad XX. Pada tahun 1900 Planck mempostulatkan bahwa proses emisi dan radiasi atom terjadi dalam bentuk kuantum. Pada tahun 1905 Einstein memberikan interpretasi dari analisa statistik hukum radiasi Planck dan efek fotolistrik, Einstein menyimpulkan bahwa radiasi elektromagnetik itu sendiri merupakan medan terkuantisasi, yakni sebagai foton. Eksperimen Compton menguatkan gagasan tentang foton ini dengan memberikan kuantitas momentum sebagai partikel klasik. Hamburan Compton digambarkan dengan proses tumbukan foton dengan elektron yang dianggap diam. Dalam tumbukan ini foton dapat dipandang sebagai partikel yang kehilangan sejumlah energi yang besarnya sama dengan energi kinetik yang diterima oleh elektron.

Seiring dengan berkembangnya teori kuantum, hamburan Compton ditinjau ulang dalam kerangka mikroskopis. Hamburan Compton ini dikaji dalam kerangka elektrodinamika kuantum untuk mendapatkan fenomena ini secara mikroskopis.

Didalam bagian 2 dipaparkan kaidah-kaidah elektrodinamika kuantum. Bagian 3 dipaparkan Matrik S yang mana merupakan operator hamburan dari suatu interaksi dan dihitung pula matrik S dari hamburan Compton. Kesimpulan diberikan pada bagian 4

## 2. Elektrodinamika Kuantum

Peralihan dari klasik ke kuantum secara sederhana dilakukan dengan operatorisasi kuantitas energi dan momentum

$$\begin{aligned} E &\rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \\ \mathbf{p} &\rightarrow -i\hbar \nabla \end{aligned} \tag{2.1}$$

Hal yang perlu dicatat dalam peralihan di atas adalah peralihan tersebut berlaku bagi partikel bebas.

Untuk partikel bermuatan listrik yang berada di dalam ruang bermedan elektromagnetik harus mengalami penyesuaian. Di dalam perumusan klasik Hamiltonian bila partikel dikenai medan elektromagnetik dengan potensial skalar  $\phi(x)$  dan potensial vektor  $\mathbf{A}(x)$ , maka energi dan momentum berubah menjadi

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + q\phi \quad (2.2)$$

$$\mathbf{p} \rightarrow -i\hbar \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A}$$

Untuk elektron,  $q = -e$

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (2.3)$$

$$\mathbf{p} \rightarrow -i\hbar \nabla - \frac{e}{c} \mathbf{A}$$

Bentuk vektor potensial-4  $A^\mu(x)$  diberikan oleh  $A^\mu = (\phi, \mathbf{A})$  dan operator derivatif

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

Kehadiran medan elektromagnetik menimbulkan perubahan pada operator derivatif, yakni

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^0} &= \frac{\partial}{c\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{c\partial t} + \frac{q}{i\hbar c} \phi \\ &= \frac{\partial}{c\partial t} + \frac{iq\phi}{\hbar c} \end{aligned} \quad (2.4)$$

dan

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^i} &\rightarrow \frac{\partial}{c\partial x^i} - \frac{q}{i\hbar c} A^i \\ &= \frac{\partial}{c\partial x^i} - \frac{iq}{\hbar c} A^i \\ &= \frac{\partial}{c\partial x^i} + \frac{ie}{\hbar c} A_i \end{aligned}$$

Peralihan di atas secara kompak diberikan oleh

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + \frac{iq}{\hbar c} A_\mu(x) \quad (2.5)$$

yang mana lebih dikenal sebagai turunan kovarian. Tambahan  $A^\mu$  di dalam turunan kovarian di atas yang memungkinkan terjadinya ineteraksi medan listrik-magnet dan elektron. Hal ini dapat dilakukan sebagai berikut. Persamaan Dirac bebas yang merepresentasikan medan fermion dinyatakan dengan

$$i\hbar\gamma^\mu \frac{\partial\psi(x)}{\partial x^\mu} + mc\psi(x) = 0 \quad (2.6)$$

dimana  $\gamma^0 = \beta$ ,  $\gamma^i = \beta\alpha_i$ ,  $i = 1,2,3$  merupakan matrik  $4 \times 4$ , dan kondisi hermitian  $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$  dan  $\gamma^{j\dagger} = -\gamma^j$  untuk  $j=1,2,3$ .

Di dalam kehadiran medan elektromagnetik, persamaan Dirac juga mengalami peralihan yaitu

$$\left( i\gamma^\mu \left\{ \partial_\mu + \frac{ie}{\hbar c} A_\mu \right\} + \frac{mc}{\hbar} \right) \psi = \left( i\gamma^\mu \partial_\mu + \frac{e}{\hbar c} \gamma^\mu A_\mu + \frac{mc}{\hbar} \right) \psi = 0$$

atau

$$\left( i\gamma^\mu \partial_\mu + \frac{mc}{\hbar} \right) \psi = -\frac{e}{\hbar c} \gamma^\mu A_\mu \psi \quad (2.7)$$

Persamaan gerak di atas dapat diperoleh dari rapat Lagrangian

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= c\bar{\psi}(x) \left[ i\hbar\gamma^\mu \left( \partial_\mu - \frac{ie}{\hbar c} A_\mu \right) - mc \right] \psi(x) \\ &= c\bar{\psi}(x) (i\hbar\gamma^\mu \partial_\mu - mc) \psi(x) + e\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) A_\mu(x) \\ &= \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I \end{aligned} \quad (2.8)$$

dengan  $\mathcal{L}_0$  adalah rapat Lagrangian bebas

$$\mathcal{L}_0 = c\bar{\psi}(x) (i\hbar\gamma^\mu \partial_\mu - mc) \psi(x) \quad (2.9)$$

dan  $\mathcal{L}_I$  adalah rapat Lagrangian interaksi

$$\mathcal{L}_I = e\bar{\psi}(x) \gamma^\mu A_\mu(x) \psi(x) \quad (2.10)$$

Lagrangian interaksi inilah yang akan menentukan semua variasi interaksi elektromagnetik yang akan kita bahas pada bagian 3.

### 3. Matrik S

#### 3.1. Gambaran Interaksi

Jika kita punya partikel yang merambat dengan keadaan awal  $|i\rangle$  dan berinteraksi dengan partikel lain yang memiliki beda potensial tertentu kemudian mengalami hamburan dengan

keadaan akhir  $|f\rangle$ , maka keadaan awal partikel  $|i\rangle$  akan mengalami perubahan setelah interaksi, dan menghasilkan keadaan akhir partikel  $|f\rangle$ .

Untuk menghubungkan antara  $|i\rangle$  dan  $|f\rangle$ , maka diperkenalkan suatu ide tentang matrik S atau operator hamburan. Keadaan ini dapat dituliskan

$$|f\rangle = S|i\rangle \quad (3.1)$$

Jika didefinisikan

$$\begin{aligned} |i\rangle &= |\phi(-\infty)\rangle \\ |f\rangle &= |\phi(\infty)\rangle \end{aligned} \quad (3.2)$$

maka persamaan (3.1) dapat juga dituliskan

$$|\phi(\infty)\rangle = S|\phi(-\infty)\rangle \quad (3.3)$$

Probabilitas transisi setelah interaksi dinyatakan dengan  $|\langle f|\phi(\infty)\rangle|^2$  dimana  $\langle f|$  menggambarkan variasi bentuk keadaan akhir. dan  $|\phi(\infty)\rangle$  menggambarkan semua keadaan yang mungkin.

Bila terjadi perubahan pada keadaan akhir, maka densitas Lagrangian  $\Lambda$  keadaan akhir adalah

$$\Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_I \quad (3.4)$$

dimana

$$\mathcal{L}_0 = N \left[ \bar{\psi}(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) - \frac{1}{2} (\partial_\nu A_\mu(x)) (\partial^\nu A^\mu(x)) \right] \quad (3.5a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I &= N [-S^\mu(x) A_\mu(x)] \\ &= N [e \bar{\psi}(x) A(x) \psi(x)] \end{aligned} \quad (3.5b)$$

sedangkan Hamiltonian sistemnya

$$H = H_0 + H_I \quad (3.6)$$

Dalam gambaran interaksi, medan interaksi memenuhi hubungan komutasi dan anti komutasi sebagai medan bebas. Untuk menunjukkan bahwa gambaran interaksi identik dengan medan bebas, kita memisalkan suatu notasi skalar yang memenuhi hubungan komutasi sebagai berikut

$$\begin{aligned} & [\phi^I(\mathbf{x}, t), \pi^I(\mathbf{x}', t)] \\ &= [U'^{\dagger}(t-t_0) \phi^H(\mathbf{x}, t) U'(t-t_0), U'^{\dagger}(t-t_0) \pi^H(\mathbf{x}', t) U'(t-t_0)] \\ &= U'^{\dagger}(t-t_0) [\phi^H(\mathbf{x}, t), \pi^H(\mathbf{x}, t)] U'(t-t_0) \\ &= U'^{\dagger}(t-t_0) i\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}') U'(t-t_0) \\ &= i\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \end{aligned}$$

(3.7)

dimana  $U$  merupakan operator uniter yang dinyatakan dengan

$$U \equiv U(t, t_0) = e^{-iH(t-t_0)} \quad (3.8)$$

Pers. (3.7) menunjukkan bahwa kuantisasi kedua dari medan skalar dalam gambaran interaksi identik dengan kasus medan bebas.

Dalam gambaran interaksi, sistem digambarkan dengan vektor keadaan gayut waktu  $|\phi(t)\rangle$ . Jika keadaan awal didefinisikan  $|i\rangle$  pada  $t = t_i$  adalah

$$|\phi(t_i)\rangle = |i\rangle \quad (3.9)$$

Untuk menghitung matrik  $S$ , kita harus menyelesaikan persamaan gerak vektor dalam gambaran interaksi, yakni

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} |\phi(t)\rangle &= H_I |\phi(t)\rangle \\ \int_{|\phi(t_0)\rangle}^{|\phi(t_1)\rangle} |\phi(t)\rangle &= -i \int_{t_0}^{t_1} H_I |\phi(t)\rangle dt \\ |\phi(t_1)\rangle &= |\phi(t_0)\rangle + (-i) \int_{t_0}^{t_1} H_I |\phi(t)\rangle dt \end{aligned} \quad (3.10)$$

untuk  $t_0 = -\infty$

$$|\phi(t_1)\rangle = |\phi(-\infty)\rangle + (-i) \int_{-\infty}^{t_1} dt H_I |\phi(t)\rangle \quad (3.11)$$

Dengan menukar indeks  $t \leftrightarrow t_1$

$$|\phi(t)\rangle = |\phi(-\infty)\rangle + (-i) \int_{-\infty}^t dt_1 H_I(t_1) |\phi(t_1)\rangle \quad (3.12)$$

Deret gangguan ini memiliki solusi yang berulang-ulang. Hasil dari solusi ini adalah deret  $H_I$ , yang mana hanya akan berfungsi jika interaksi kecil. Solusi persamaan (3.12) adalah

$$\begin{aligned} |\phi(t)\rangle &= \left\{ 1 + (-i) \int_{-\infty}^t dt_1 H_I(t_1) + (-i)^2 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) \right. \\ &+ (-i)^3 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 H_I(t_1) H_I(t_2) H_I(t_3) + \dots \\ &+ (-i)^n \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n H_I(t_1) H_I(t_2) \dots H_I(t_n) \left. \right\} |i\rangle \\ &+ (-i)^{n+1} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_n} dt_{n+1} H_I(t_1) H_I(t_2) \dots H_I(t_{n+1}) |\phi(t_{n+1})\rangle \end{aligned}$$

(3.14)

Untuk  $n \rightarrow \infty$  mengakibat suku terakhir dari rumusan di atas dapat diabaikan. Oleh karena itu bentuk matrik S menjadi

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \int_{-\infty}^{t_1} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n H_1(t_1) H_1(t_2) \dots H_1(t_n) \quad (3.15)$$

Pers. (3.15) dapat digeneralisasi dengan mengoperasikan kali runut waktu  $T\{\dots\}$  dari faktor ke-n, dan didapatkan

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int \dots \int d_1^x d^4 x_2 \dots d^4 x_n T\{H_I(x_1) H_I(x_2) \dots H_I(x_n)\} \quad (3.16)$$

Pers. (3.16) dikenal sebagai ekspansi Dyson. Untuk menyederhanakan Pers. (3.16) adalah dengan menerapkan teorema Wick

#### 4. Hamburan Compton

Interaksi foton dan elektron dalam hamburan Compton digambarkan sebagai berikut

$$e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma \quad (4.1)$$

Keadaan awal  $|i\rangle$  dan keadaan akhir  $|f\rangle$  diberikan

$$\begin{aligned} |i\rangle &= |e^-, \mathbf{p}, \gamma \mathbf{k}\rangle \\ |f\rangle &= |e^-, \mathbf{p}', \gamma \mathbf{k}'\rangle \end{aligned} \quad (4.2)$$

dimana  $|i\rangle$  menggambarkan satu elektron dengan momentum  $\mathbf{p}$  (dan spin  $s=1,2$ ) ditambah satu foton dengan momentum  $\mathbf{k}$  (dan polarisasi  $r=1,2$ ), dan  $|f\rangle$  menggambarkan satu elektron dengan momentum  $\mathbf{p}'$  (dan spin  $s'=1,2$ ) ditambah satu foton dengan momentum  $\mathbf{k}'$  (dan polarisasi  $r'=1,2$ ).

Matrik S untuk hamburan Compton

$$S^{(2)} = -e^2 \int d^4 x_1 d^4 x_2 N \left[ (\bar{\psi} A \psi)_{x_1} (\bar{\psi} A \psi)_{x_2} \right] \quad (4.3)$$

dimana

$$\begin{aligned} \psi &= \psi^+ + \psi^- \\ \bar{\psi} &= \bar{\psi}^+ + \bar{\psi}^- \\ A &= A^+ + A^- \end{aligned}$$

yang berturut-turut merupakan  $\psi^+ (\bar{\psi}^-), \bar{\psi}^+ (\psi^-), A^+ (A^-)$  operator anihilasi (kreasi) untuk elektron, positron dan foton.

Pada matrik di atas yang menyebabkan hamburan Compton adalah

$$S_{Compton}^{(2)} = S_a + S_b \quad (4.4)$$

dimana

$$S_a = -e^2 \int d^4x_1 d^4x_2 N \left[ (\bar{\psi}^- A^+ \psi)_{x_1} (\bar{\psi} A^- \psi^+)_{x_2} \right] \quad (4.5)$$

$$S_b = -e^2 \int d^4x_1 d^4x_2 N \left[ (\bar{\psi}^- A^- \psi)_{x_1} (\bar{\psi} A^+ \psi^+)_{x_2} \right] \quad (4.6)$$

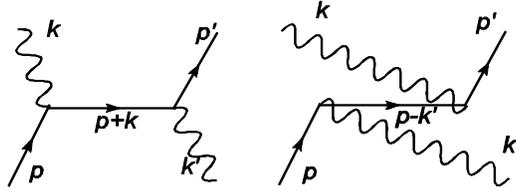
Transisi matrik S dapat dituliskan sebagai berikut

$$\langle f | S_a^{(2)} | i \rangle = \left[ (2\pi)^4 \delta^4(p - p' + k - k') \left( \frac{m}{VE_{p'}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2V\omega_{k'}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m}{VE_p} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2V\omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} \right] M_a \quad (4.7)$$

dengan

$$M_a = -e^2 \bar{u}(\mathbf{p}') \varepsilon(\mathbf{k}') i S_F(p - k) \varepsilon(\mathbf{k}) u(\mathbf{p}) \quad (4.8)$$

Selanjutnya M dikenal sebagai amplitudo Feynman. Representasi diagram Feynman untuk transisi matrik  $S_a$  diberikan



Gambar. 4.1. Hamburan Compton dengan kontribusi matrik  $S_a(x)$ .

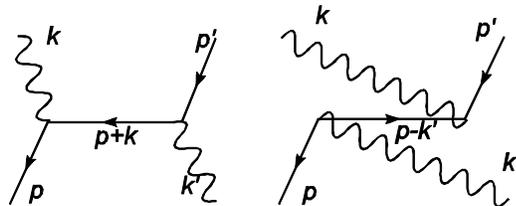
Sedangkan untuk transisi matrik  $S_b$

$$\langle f | S_b^{(2)} | i \rangle = \left[ (2\pi)^4 (p + k - p' - k') \left( \frac{m}{VE_p} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m}{VE_{p'}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2V\omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2V\omega_{k'}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] M_b \quad (4.9)$$

dimana

$$M_b = -e^2 \bar{u}(\mathbf{p}') \varepsilon(\mathbf{k}') i S_F(p + k) \varepsilon(\mathbf{k}) u(\mathbf{p}) \quad (4.10)$$

Representasi diagram Feynman-nya adalah



Gambar. 4.2 Hamburan Compton dengan kontribusi matrik  $S_b(x)$

Perhitungan trasi matrik di atas dapat dilakukan dengan menerapkan kaidah diagram Feynman dalam ruang momentum (apendiks A).

## 5. Kesimpulan

Hamburan Compton telah diilustrasikan dengan menggunakan diagram Feynman. Dalam hal ini, perbedaan diagram hamburan Compton menurut mekanika kuantum dan medan kuantum, yakni pada proses internalnya. Ternyata secara mikroskopik hamburan Compton memberikan dua bentuk diagram yang mana secara makroskopik proses ini tak terdeteksi; yakni: pertama, elektron mengabsorpsi foton kemudian elektron berpropagasi selanjutnya menghamburkan elektron dan foton. Kedua, elektron teranihilasi pada suatu titik lalu menghamburkan foton dan elektron baru berpropagasi pada satu titik lain kemudian mengabsorpsi foton selanjutnya menghamburkan elektron. Sedangkan persamaannya hamburan Compton menurut mekanika kuantum dan medan kuantum yakni, teramatinya hamburan elektron dan foton setelah berinteraksi

## 6. Referensi

- [1] Rani, E. *Medan Terkuantisasi Dan Terapannya Dalam Hamburan Compton*, Jurusan Fisika, ITS Surabaya, 2004.
- [2] Mandl. F and Shaw. G, *Quantum Field Theory*, John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [3] Beiser. A, *Konsep Fisika Modern* ed. 4, Erlangga, Jakarta. 1987
- [4] Gunion. J and Davis. U.C, "Class Notes *Quantum Field Theory*", 230A, U.C. Davis, Fall. 2002

## 7. Ucapan terimakasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Eny Latifah MSi atas ide-ide selama penelitian.

## Appendix

### A. Diagram Feynman Dalam Ruang Momentum

Perhitungan elemen matrik, dengan  $|i\rangle$  dan  $|f\rangle$  merupakan keadaan eigen momentum partikel yang dinyatakan dengan transformasi Fourier. Ekspansi Fourier dari medan Dirac dan medan Foton ada

$$\psi^+(x) = \sum_{\mathbf{p}} \left( \frac{m}{VE_{\mathbf{p}}} \right)^{1/2} c_r(\mathbf{p}) U_r(\mathbf{p}) e^{-ipx}$$

$$\psi^-(x) = \sum_{\mathbf{p}} \left( \frac{m}{VE_{\mathbf{p}}} \right)^{1/2} d_r^\dagger(\mathbf{p}) V_r(\mathbf{p}) e^{ipx}$$

$$\bar{\psi}^+(x) = \sum_{\mathbf{p}} \left( \frac{m}{VE_{\mathbf{p}}} \right)^{1/2} d_r(\mathbf{p}) \bar{V}_r(\mathbf{p}) e^{-ipx}$$

$$\bar{\psi}^-(x) = \sum_{\mathbf{p}} \left( \frac{m}{VE_{\mathbf{p}}} \right)^{1/2} c_r^\dagger(\mathbf{p}) \bar{U}_r(\mathbf{p}) e^{ipx}$$

$$A^{\mu+}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \left( \frac{1}{2V\omega_{\mathbf{k}}} \right)^{1/2} \varepsilon_r^\mu(\mathbf{k}) a_r(\mathbf{k}) e^{-ikx}$$

$$A^{\mu-}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \left( \frac{1}{2V\omega_{\mathbf{k}}} \right)^{1/2} \varepsilon_r^\mu(\mathbf{k}) a_r^\dagger(\mathbf{k}) e^{-ikx}$$

dengan  $U_r(\mathbf{p}), \bar{U}_r(\mathbf{p}), V_r(\mathbf{p}),$  dan  $\bar{V}_r(\mathbf{p})$  merupakan konstanta spinor dari empat solusi persamaan Dirac.

Propagator untuk fermion dan foton

$$\begin{aligned} \psi(x_1) \bar{\psi}(x_2) &= iS_F(x_1 - x_2) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p e^{-ip(x_1 - x_2)} \\ &\quad i \frac{\mathbf{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p iS_F(p) e^{ip(x_1 - x_2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^\alpha(x_1) A^\beta(x_2) &= iD_F^{\alpha\beta}(x_1 - x_2) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k \frac{-ig_{\alpha\beta}}{k^2 + i\varepsilon} e^{-ikx} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k D_F^{\alpha\beta}(k) e^{-ikx} \end{aligned}$$

dimana

$$S_F(p) = i \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

$$D_F^{\alpha\beta}(k) = \frac{-ig_{\alpha\beta}}{k^2 + i\epsilon}$$

Dengan menggunakan antikomutator untuk operator kreasi dan anihilasi, operator positif pada matrik S untuk partikel tunggal adalah sebagai berikut

$$\psi^+(x) |e^-, \mathbf{p}, r\rangle = \left( \frac{m}{VE_{\mathbf{p}}} \right)^{1/2} U_r(\mathbf{p}) e^{-ip'x} |o\rangle$$

$$\bar{\psi}^+(x) |e^+, \mathbf{p}, r\rangle = \left( \frac{m}{VE_{\mathbf{p}}} \right)^{1/2} \bar{V}_r(\mathbf{p}) e^{-ip'x} |o\rangle$$

$$A_{\alpha}^+(x) |\gamma \mathbf{k}\rangle = \sum_{s\mathbf{k}'} \left( \frac{1}{2V\omega_{\mathbf{k}}} \right)^{1/2} \epsilon_s^{\mu}(\mathbf{k}) e^{ikx} |0\rangle$$

$$\psi^+(x) |0\rangle = \bar{\psi}^+(x) |0\rangle = A_{\alpha}^+(x) |0\rangle = 0$$

Keadaan untuk satu elektron, satu positron dan satu foton dinyatakan dengan

$$|e^-, \mathbf{p}, s\rangle = c_r^{\dagger}(\mathbf{p}) |0\rangle$$

$$|e^+, \mathbf{p}, s\rangle = d_r^{\dagger}(\mathbf{p}) |0\rangle$$

$$|\gamma, \mathbf{k}, r\rangle = a_r^{\dagger}(\mathbf{p}) |0\rangle$$

## B. Kaidah Feynman Untuk Elektrodinamika Kuantum

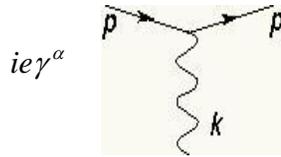
Amplitudo Feynman M diberikan

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} M^{(n)}$$

dengan  $M^{(n)}$  merupakan orde ke-n dari ekspansi matrik S.

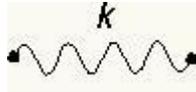
Kontribusi untuk  $M^{(n)}$  pada setiap gambar ditentukan oleh kaidah-kaidah Feynman di bawah ini :

- Pada setiap vertex, dituliskan faktor



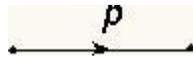
- Garis internal foton diberi label dengan momentum k,

$$iD_{F_{ab}}(k) = i \frac{-g_{ab}}{k^2 + i\epsilon}$$



- Garis internal fermion dituliskan dengan momentum p,

$$iS_F(p) = i \frac{1}{p - m + i\epsilon}$$



- Untuk garis eksternal

a. elektron awal :  $u_r(\mathbf{p})$



b. elektron akhir :  $\bar{u}_r(\mathbf{p})$



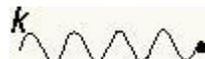
c. positron awal :  $\bar{v}_r(\mathbf{p})$



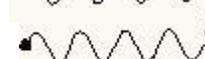
d. positron akhir :  $v_r(\mathbf{p})$



e. foton awal :  $\epsilon_{r\alpha}(\mathbf{k})$



f. foton akhir :  $\epsilon_{r\alpha}(\mathbf{k})$



- untuk loop fermion tertutup, digunakan trace dan dikalikan dengan faktor (-1)