Jurnal Riset Mahasiswa Matematika
Volume 2(1) (2022), Pages 25-31
p-ISSN: 2808-1552; e-ISSN: 2808-4926

Pola Dekomposisi Graf Pohon Pisang B(m,n)

Alfi Istijap Aji Sailendra*, Evawati Alisah, Ach. Nasichuddin

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Indonesia

istijapaji@gmail.com*, evawatialisah@gmail.com, achmadnashichuddin@uin-malang.ac.id

Abstrak

Dekomposisi graf adalah himpunan subgraf $\{H_i\}_{i=1}^{n}$ dari graf G sehingga $H_i[E_i]$ untuk suatu E_i subset $E(G)$ dan $\{E_i\}_{i=1}^{n}$ merupakan partisi dari $E(G)$. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dekomposisi graf pohon pisang $B_{m,n}$, untuk $m \geq 1$ dan $n \geq 2$. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah penelitian kepustakaan. Beberapa langkah yang dilakukan untuk menentukan dekomposisi graf pohon pisang $B_{m,n}$ adalah sebagai berikut: (a) Menggambar graf pohon pisang $B_{m,n}$ dan memberi label pada setiap sisi dan titiknya. (b) Menentukan partisi-partisi pada graf pohon pisang $B_{m,n}$. (c) Membuat subgraf dari partisi-partisi graf pohon pisang $B_{m,n}$. (d) Menentukan dekomposisi graf pohon pisang $B_{m,n}$. (e) Mentabulasi dugaan dekomposisi graf pohon pisang $B_{m,n}$. (f) Membuat teorema baru. Hasil penelitian ini adalah dengan $m \geq 1$ dan $n \geq 2$, karena graf pohon pisang $B_{m,n}$ didekomposisikan oleh graf komplit mK_2 maka graf pohon pisang $B_{m,n}$ merupakan mK_2-dekomposisi.

Kata kunci: dekomposisi; graf pohon pisang; graf komplit

Abstract

A decomposition of graph G is collection of subgraphs $\{H_i\}_{i=1}^{n}$ from G such that $H_i[E_i]$ for E_i is a subset of $E(G)$ and $\{E_i\}_{i=1}^{n}$ is a partition of $E(G)$. The purpose of the research was to determine the decomposition of the banana tree graph $B_{m,n}$, for $m \geq 1$ and $n \geq 2$. The research method used in this research is library research. The steps used to determine the decomposition of the banana tree graph $B_{m,n}$ are as follow: (a) Draw a banana tree graph $B_{m,n}$ and label each edge and vertex, (b) Determine the partition on the edges of the banana tree graph $B_{m,n}$, (c) Induced subgraph of from partitions of the banana tree graph $B_{m,n}$, (d) Determine the decomposition of the banana tree graph $B_{m,n}$, (e) Tabulate a conjecture on the decomposition of the banana tree graph $B_{m,n}$, (f) Construct theorem of the decomposition theorem of of the banana tree graph $B_{m,n}$ and its proof. The result of the reasearch is with $m \geq 1$ and $n \geq 2$, because banana tree graph $B_{m,n}$ is decomposed by the complete graph mK_2 $-$decomposition.

Keywords: decomposition; banana tree graph; complete graph

PENDAHULUAN

Suatu graf G merupakan pasangan himpunan yang terdiri dari himpunan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ yang tidak kosong serta berhingga dari beberapa objek yang disebut titik (*vertex*) dan $E(G)$ yang menghubungkan beberapa titik yang disebut sisi (*edge*) [1]. Ada beberapa jenis graf, diantaranya adalah graf yang semua titiknya saling terhubung oleh sisi yang disebut dengan graf komplit yang dituliskan dengan K_n [2]. Graf terhubung jika pasangan titik v dan u di G dan sisi uv juga ada di G [3]. Suatu graf G disebut isomorfik dengan graf H jika memiliki banyaknya order dan ukuran yang sama, serta titik di G berkorespondensi satu-satu dengan titik di H yang dituliskan dengan $\phi: V(G) \rightarrow V(H)$. Jika G isomorfik H maka dituliskan dengan $G \cong H$ [4]. Ada juga graf yang memiliki titik sebanyak $n + 1$ dengan n titik sebagai tepi dan 1 titik sebagai pusat yang mana semua titik tepi terdapat sisi yang menghubungkan pada titik pusat, graf ini disebut dengan graf bintang yang dituliskan dengan S_n [5]. Sikel adalah jalan pada suatu graf yang tidak

Submitted: 20 Desember 2021 Reviewed: 26 Agustus 2022 Accepted: 28 Oktober 2022
Doi: http://dx.doi.org/10.18860/jrmm.v2i1.14671

mengulang titik, kecuali titik awal dengan titik akhir [6]. Ada juga graf tidak berarah dan tidak mengandung sikel yang disebut graf pohon [7]. Titik yang tidak berderajat disebut titik terisolasi [8]. Titik yang berderajat lebih dari satu disebut titik cabang [9]. Titik berderajat satu pada graf pohon disebut dengan titik tepi atau daun [10]. Ada juga graf pohon pisang $B_{m,n}$, yang definisinya adalah terdapat sisi yang menghubungkan salah satu titik tepi dari graf bintang S_n yang sebanyak m pada graf komplit K_1 [11]. Partisi himpunan A adalah koleksi himpunan A_1, A_2, ..., A_n serta memenuhi syarat (1) $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = A$, (2) $A_i \cap A_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$ [12]. Graf G dapat dikatakan terdekomposisi menjadi beberapa subgraf H_1, H_2, ..., H_n jika $\{E(H_1), E(H_2), \dots, E(H_n)\}$ adalah partisi dari $E(G)$. Jika setiap H_i dari graf G adalah isomorfik pada suatu graf K, maka dekomposisi dari graf G adalah K −dekomposisi [4].

Dekomposisi graf telah sering diteliti seperti contoh penelitian pada tahun 2020 karya This'atun Na'imah yang berjudul "Dekomposisi Graf Kincir W_2^m" yang telah menjelaskan bagaimana dekomposisi graf kincir sampai W_2^6 dan memunculkan kesimpulan bahwa graf kincir W_2^m merupakan C_3 −dekomposisi [13]. Pada tahun 2017, Putri Rizqi Musthofa dan Yemi Kuswardi telah meneliti tentang dekomposisi graf matahari yang menghasilkan kesimpulan H_i pada graf matahari isomorfik dengan $2K_2$ −dekomposisi [14]. Pada tahun 2014, Nur Rahmawati telah menyelesaikan artikelnya yang membahas tentang dekomposisi dari empat jenis graf sekaligus. Empat graf itu adalah graf sikel, graf roda, graf gir dan graf persahabatan yang memunculkan kesimpulan bahwa graf sikel C_n merupakan K_2 −dekomposisi, graf roda W_n dengan $n \geq 3$ merupakan $2K_2$ −dekomposisi, graf gir G_n dengan $n \geq 3$ merupakan $3K_2$ −dekomposisi dan graf persahabatan F_n dengan $n \geq 2$ merupakan C_3 −dekomposisi [15]. Karena pada dekomposisi graf pohon pisang memiliki keistimewaan yaitu hanya dapat didekomposisikan yang isomorfik dengan graf komplit K_2 dan belum pernah diteliti. Maka dari itu penulis akan melanjutkan dekomposisi menggunakan jenis graf yang lain yaitu graf pohon pisang.

METODE

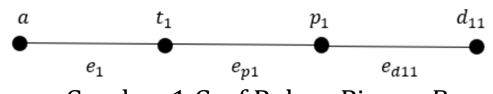
Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan jenis penelitian deskriptif kualitatif dengan metode penelitian kajian pustaka atau kepustakaan, yaitu dengan melakukan penelitian agar memperoleh beberapa informasi dan objek yang digunakan pada pembahasan masalah. Berikut merupakan langkah-langkah untuk menyelesaikan penelitian berikut:

1. Menggambar graf pohon pisang $B_{m,n}$ dan memberi label pada setiap sisi dan titiknya.
2. Menentukan partisi sisi graf pohon pisang $B_{m,n}$.
3. Menginduksi subgraf dari partisi sisi graf pohon pisang $B_{m,n}$.
4. Menentukan dekomposisi graf pohon pisang $B_{m,n}$.
5. Mentabulasi dugaan dekomposisi graf pohon pisang $B_{m,n}$.
6. Membuat teorema baru dan membuktikannya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

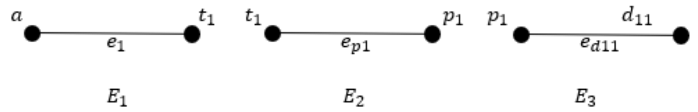
1. Dekomposisi Graf Pohon Pisang $B_{m,n}$

Pertama menggambar graf pohon pisang $B_{1,2}$ dengan cara membuat sisi sebagai jembatan untuk menghubungkan antara titik a atau graf K_1 sebagai titik akar dengan salah satu daun disetiap dua graf S_5.



Gambar 1 Graf Pohon Pisang $B_{1,2}$

Pada Gambar 1 terlihat bahwa $V(B_{1,2}) = \{a, t_1, p_1, d_{11}\}$ dan $E(B_{1,2}) = \{e_1, e_{p1}, e_{d11}\}$. Selanjutnya akan dibentuk partisi yang masing-masing partisinya terdari dari sisi sebanyak m yaitu 1 maka partisinya sebanyak tiga, yaitu E_1, E_2 dan E_3. Partisinya sebagai berikut



Gambar 2 Partisi Sisi Graf Pohon Pisang $B_{1,2}$

$$E_1 = \{e_1\}$$
$$E_2 = \{e_{p1}\}$$
$$E_3 = \{e_{d11}\}$$

Selanjutnya membentuk subgraf H_i yang terinduksi oleh E_i untuk $i = 1, 2$ dan 3, maka

$$H_1 = B_{1,2}[E_1] = B_{1,2}[\{e_1\}]$$
$$H_2 = B_{1,2}[E_2] = B_{1,2}\left[\{e_{p1}\}\right]$$
$$H_3 = B_{1,2}[E_3] = B_{1,2}[\{e_{d11}\}]$$

Subgraf H_i telah memenuhi definisi dekomposisi graf maka graf pohon pisang $B_{1,2}$ dapat didekomposisikan. Karena $\{H_i\}_{i=1}^{3}$ adalah dekomposisi dari graf pohon pisang $B_{1,2}$ dan $H_i \cong 1K_2$ untuk setiap i, maka graf pohon pisang $B_{1,2}$ merupakan $1K_2$–dekomposisi.

Untuk pembahasan dari graf pohon pisang $B_{1,3}$, $B_{1,4}$, $B_{1,5}$, $B_{2,2}$, $B_{2,3}$, $B_{2,4}$, $B_{2,5}$, $B_{3,2}$, $B_{23,3}$, $B_{3,4}$, $B_{3,5}$, $B_{4,2}$, $B_{4,3}$, $B_{4,4}$ dan $B_{4,5}$ masih menggunakan cara yang sama dengan $B_{1,2}$.

2. Tabulasi Dekomposisi Graf Pohon Pisang $B_{m,n}$

Tabel 1 Pola Sisi dan Titik Pada Graf Pohon Pisang $B_{1,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert E(B_{1,n})\rvert$	$\lvert V(B_{1,n})\rvert$
$B_{1,2}$	2	3	4
$B_{1,3}$	3	4	5
$B_{1,4}$	4	5	6
$B_{1,5}$	5	6	7
…	…	…	…
$B_{1,n}$	n	$n \cdot m + 1$	$n \cdot m + 1$

Tabel 2 Pola Dekomposisi Graf Pohon Pisang $B_{1,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert H_i(B_{1,n})\rvert$	$\lvert E(H_i)\rvert$	$\lvert V(H_i)\rvert$
$B_{1,2}$	2	3 dengan $H_i \cong 1K_2$	1	2
$B_{1,3}$	3	4 dengan $H_i \cong 1K_2$	1	2
$B_{1,4}$	4	5 dengan $H_i \cong 1K_2$	1	2
$B_{1,5}$	5	6 dengan $H_i \cong 1K_2$	1	2
…	…	…	…	…
$B_{1,n}$	n	$n + 1$ dengan $H_i \cong 1K_2$	1	2

Tabel 3 Pola Sisi dan Titik Graf Pohon Pisang $B_{2,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert E(B_{2,n})\rvert$	$\lvert V(B_{2,n})\rvert$
$B_{2,2}$	2	6	7
$B_{2,3}$	3	8	9
$B_{2,4}$	4	10	11
$B_{2,5}$	5	12	13
…	…	…	…

$B_{2,n}$	n	$n \cdot m + 2$	$n \cdot m + 2$

Tabel 4 Pola Dekomposisi Graf Pohon Pisang $B_{2,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert H_i(B_{1,n}) \rvert$	$\lvert E(H_i) \rvert$	$\lvert V(H_i) \rvert$
$B_{2,2}$	2	3 dengan $H_i \cong 2K_2$	2	4
$B_{2,3}$	3	4 dengan $H_i \cong 2K_2$	2	4
$B_{2,4}$	4	5 dengan $H_i \cong 2K_2$	2	4
$B_{2,5}$	5	6 dengan $H_i \cong 2K_2$	2	4
…	…	…	…	…
$B_{2,n}$	n	$n + 1$ dengan $H_i \cong 2K_2$	2	4

Tabel 5 Pola Sisi dan Titik Graf Pohon Pisang $B_{3,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert E(B_{3,n}) \rvert$	$\lvert V(B_{3,n}) \rvert$
$B_{3,2}$	2	9	10
$B_{3,3}$	3	12	13
$B_{3,4}$	4	15	16
$B_{3,5}$	5	18	19
…	…	…	…
$B_{3,n}$	n	$n \cdot m + 3$	$n \cdot m + 3$

Tabel 6 Pola Dekomposisi Graf Pohon Pisang $B_{3,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert H_i(B_{1,n}) \rvert$	$\lvert E(H_i) \rvert$	$\lvert V(H_i) \rvert$
$B_{3,2}$	2	3 dengan $H_i \cong 3K_2$	3	6
$B_{3,3}$	3	4 dengan $H_i \cong 3K_2$	3	6
$B_{3,4}$	4	5 dengan $H_i \cong 3K_2$	3	6
$B_{3,5}$	5	6 dengan $H_i \cong 3K_2$	3	6
…	…	…	…	…
$B_{3,n}$	n	$n + 1$ dengan $H_i \cong 3K_2$	3	6

Tabel 7 Pola Sisi dan Titik Graf Pohon Pisang $B_{4,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert E(B_{4,n}) \rvert$	$\lvert V(B_{4,n}) \rvert$
$B_{4,2}$	2	12	13
$B_{4,3}$	3	16	17
$B_{4,4}$	4	20	21
$B_{4,5}$	5	24	25
…	…	…	…
$B_{4,n}$	n	$n \cdot m + 4$	$n \cdot m + 4$

Tabel 8 Pola Dekomposisi Graf Pohon Pisang $B_{4,n}$

Graf Pohon Pisang	n	$\lvert H_i(B_{1,n}) \rvert$	$\lvert E(H_i) \rvert$	$\lvert V(H_i) \rvert$
$B_{4,2}$	2	3 dengan $H_i \cong 4K_2$	4	8

$B_{4,3}$	3	4 dengan $H_i \cong 4K_2$	4	8
$B_{4,4}$	4	5 dengan $H_i \cong 4K_2$	4	8
$B_{4,5}$	5	6 dengan $H_i \cong 4K_2$	4	8
…	…	…	…	…
$B_{4,n}$	n	$n+1$ dengan $H_i \cong 4K_2$	4	8

Tabel 9 Pola Sisi dan Titik Graf Pohon Pisang $B_{m,n}$

Graf Pohon Pisang	m	$\lvert E(B_{m,n})\rvert$	$\lvert V(B_{m,n})\rvert$
$B_{1,n}$	1	$n \cdot m + 1$	$n \cdot m + 1$
$B_{2,n}$	2	$n \cdot m + 2$	$n \cdot m + 2$
$B_{3,n}$	3	$n \cdot m + 3$	$n \cdot m + 3$
$B_{4,n}$	4	$n \cdot m + 4$	$n \cdot m + 4$
…	…	…	…
$B_{m,n}$	m	$n \cdot m + m$	$n \cdot m + m$

Tabel 10 Pola Dekomposisi Graf Pohon Pisang $B_{m,n}$

Graf Pohon Pisang	m	$\lvert H_i(B_{1,n})\rvert$	$\lvert E(H_i)\rvert$	$\lvert V(H_i)\rvert$
$B_{1,n}$	1	$n+1$ dengan $H_i \cong mK_2$	1	2
$B_{2,n}$	2	$n+1$ dengan $H_i \cong mK_2$	2	4
$B_{3,n}$	3	$n+1$ dengan $H_i \cong mK_2$	3	6
$B_{4,n}$	4	$n+1$ dengan $H_i \cong mK_2$	4	8
…	…	…	…	…
$B_{m,n}$	m	$n+1$ dengan $H_i \cong mK_2$	m	$m \cdot 2$

3. Teorema

Misal $B_{m,n}$ adalah graf pohon pisang dengan m dan n merupakan bilangan asli, maka graf pohon pisang $B_{m,n}$ merupakan mK_2—dekomposisi.

Bukti.

Misalkan

$$V(B_{m,n}) = \{a, t_1, t_2, t_m, p_1, p_2, p_m, d_{11}, d_{1n}, d_{21}, d_{2n}, d_{m1}, d_{mn}\}$$
$$E(B_{m,n}) = \{e_1, e_2, e_m, e_{p1}, e_{p2}, e_{pm}, e_{d11}, e_{d1n}, e_{d21}, e_{d2n}, e_{dm1}, e_{dmn}\}$$

dengan

$$e_1 = (a, t_m)$$
$$e_{pm} = (p_m, t_m)$$
$$e_{dm1} = (p_m, d_{m1})$$
$$e_{dmn} = (p_m, d_{mn})$$

Selanjutnya bentuk partisi sisi pada $B_{m,n}$ sebanyak $n+1$ yang sehingga disetiap partisi terdiri dari sisi-sisi sebanyak m.

Sebelum melanjutkan ke cara mempartisi perhatikan tabel 11.

Tabel 3.11 Penjelasan Sisi

Simbol	Arti	Simbol	Arti
$e_{i\,1}$	$e_{i\,1}$ yang ke-1	$e_{dm1\,1}$	$e_{dm1\,1}$ yang ke-1
$e_{i\,2}$	$e_{i\,2}$ yang ke-2	$e_{dm1\,2}$	$e_{dm1\,2}$ yang ke-2
$e_{i\,m}$	$e_{i\,m}$ yang ke-m	$e_{dm1\,m}$	$e_{dm1\,m}$ yang ke-m
$e_{pm\,1}$	$e_{pm\,1}$ yang ke-1	$e_{dmn\,1}$	$e_{dmn\,1}$ yang ke-1
$e_{pm\,2}$	$e_{pm\,2}$ yang ke-2	$e_{dmn\,2}$	$e_{dmn\,2}$ yang ke-2

$e_{pm\,m}$	$e_{pm\,m}$ yang ke-m	$e_{dmn\,m}$	$e_{dmn\,m}$ yang ke-m

Cara mempartisinya sebagai berikut.

$$E_1 = \{e_{i\,1}, e_{i\,2}, e_{i\,m}\}$$
$$E_2 = \{e_{pm\,1}, e_{pm\,2}, e_{pm\,m}\}$$
$$E_n = \{e_{dm1\,1}, e_{dm1\,2}, e_{dm1\,m}\}$$
$$E_{n+1} = \{e_{dmn\,1}, e_{dmn\,2}, e_{dmn\,m}\}$$

Maka akan dibuktikan bahwa $\{E_i\}_{i=1}^{n+1}$ adalah suatu partisi dari $B_{m,n}$.

a. $E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_{n-1} = E$
Jika $E_1 = \{e_{i\,1}, e_{i\,2}, e_{i\,m}\}$; $E_2 = \{e_{pm\,1}, e_{pm\,2}, e_{pm\,m}\}$; $E_n = \{e_{dm1\,1}, e_{dm1\,2}, e_{dm1\,m}\}$; $E_{n+1} = \{e_{dmn\,1}, e_{dmn\,2}, e_{dmn\,m}\}$ Maka benar jika $E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_{n-1} = E$.

b. $E_i \cap E_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$
Jika i dan j adalah himpunan sisi ke 1, 2, n, $n+1$. Perhatikan bahwa $E_1 = \{e_{i\,1}, e_{i\,2}, e_{i\,m}\}$ dan $E_2 = \{e_{pm\,1}, e_{pm\,2}, e_{pm\,m}\}$, sedangkan $1 \neq 2$ maka $e_{i\,1} \neq e_{pm\,1}$ dan $e_{i\,2} \neq e_{pm\,2}$ dan $e_{i\,m} \neq e_{pm\,m}$. Kemudian $E_1 = \{e_{i\,1}, e_{i\,2}, e_{i\,m}\}$ dan $E_n = \{e_{dmi\,1}, e_{dmi\,2}, e_{dmi\,m}\}$ sedangkan $1 \neq n$ maka $e_{i\,1} \neq e_{dmi\,1}$ dan $e_{i\,2} \neq e_{dmi\,2}$ dan $e_{i\,m} \neq e_{dmi\,m}$. Kemudian $E_1 = \{e_{i\,1}, e_{i\,2}, e_{i\,m}\}$ dan $E_{n+1} = \{e_{dmn\,1}, e_{dmn\,2}, e_{dmn\,m}\}$ sedangkan $1 \neq n+1$ maka $e_{i\,1} \neq e_{dmn\,1}$ dan $e_{i\,2} \neq e_{dmn\,1}$ dan $e_{i\,m} \neq e_{dmn\,m}$. Kemudian $E_2 = \{e_{pm\,1}, e_{pm\,2}, e_{pm\,m}\}$ dan $E_n = \{e_{dmi\,1}, e_{dmi\,2}, e_{dmi\,m}\}$ sedangkan $2 \neq n$ maka $e_{pm\,1} \neq e_{dmi\,1}$ dan $e_{pm\,2} \neq e_{dmi\,2}$ dan $e_{pm\,m} \neq e_{dmi\,m}$. Kemudian $E_2 = \{e_{pm\,1}, e_{pm\,2}, e_{pm\,m}\}$ dan $E_{n+1} = \{e_{dmn\,1}, e_{dmn\,2}, e_{dmn\,m}\}$ sedangkan $2 \neq n+1$ maka $e_{pm\,1} \neq e_{dmn\,1}$ dan $e_{pm\,2} \neq e_{dmn\,2}$ dan $e_{pm\,m} \neq e_{dmn\,m}$. Kemudian $E_n = \{e_{dmi\,1}, e_{dmi\,2}, e_{dmi\,m}\}$ dan $E_{n+1} = \{e_{mi\,1}, e_{mi\,2}, e_{mi\,m}\}$ sedangkan $n \neq n+1$ maka $e_{dmi\,1} \neq e_{dmn\,1}$ dan $e_{dmi\,2} \neq e_{dmn\,2}$ dan $e_{dmi\,m} \neq e_{dmn\,m}$.
Maka benar bahwa $E_i \cap E_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$.

Karena terbukti benar bahwa $\{E_i\}_{i=1}^{n+1}$ memenuhi a dan b maka $\{E_i\}_{i=1}^{n+1}$ adalah partisi dari $E(B_{m,n})$. Selanjutnya akan dibentuk subgraf dari graf pohon pisang $B_{m,n}$. Pada dekomposisi graf pohon pisang $B_{m,n}$, subgraf dari graf pohon pisang $B_{m,n}$ terinduksi oleh partisi sisi dari $E(B_{m,n})$. Misalkan pada subgraf H_i, maka subgraf H_i terinduksi oleh E_i untuk setiap i, yang sehingga
untuk $i = 1$ adalah $H_1 = B_{m,n}[E_1] = B_{m,n}[\{e_{i\,1}, e_{i\,2}, e_{i\,m}\}]$
untuk $i = 2$ adalah $H_2 = B_{m,n}[E_2] = B_{m,n}[\{e_{pm\,1}, e_{pm\,2}, e_{pm\,m}\}]$
untuk $i = n$ adalah $H_n = B_{m,n}[E_n] = B_{m,n}[\{e_{dm1\,1}, e_{dm1\,2}, e_{dm1\,m}\}]$
untuk $i = n+1$ adalah $H_{n+1} = B_{m,n}[E_{n+1}] = B_{m,n}[\{e_{dmn\,1}, e_{dmn\,2}, e_{dmn\,m}\}]$

Karena $\{E_i\}_{i=1}^{n+1}$ merupakan sisi-sisi pada subgraf H_i yang tidak memuat titik berderajat 0 yang sehingga subgraf H_i tidak memuat titik terisolasi. Maka dari itu koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^{n+1}$ memenuhi definisi dekomposisi, maka graf pohon pisang $B_{m,n}$ dapat didekomposisisikan. Selanjutkan perhatikan bahwa
untuk $i = 1$ adalah $H_1 = B_{m,n}[E_1] = B_{m,n}[\{e_{i\,1}, e_{i\,2}, e_{i\,m}\}]$
untuk $i = 2$ adalah $H_2 = B_{m,n}[E_2] = B_{m,n}[\{e_{pm\,1}, e_{pm\,2}, e_{pm\,m}\}]$
untuk $i = n$ adalah $H_n = B_{m,n}[E_n] = B_{m,n}[\{e_{dm1\,1}, e_{dm1\,2}, e_{dm1\,m}\}]$
untuk $i = n+1$ adalah $H_{n+1} = B_{m,n}[E_{n+1}] = B_{m,n}[\{e_{dmn\,1}, e_{dmn\,2}, e_{dmn\,m}\}]$
dengan
$e_1 = (a, t_m)$
$e_{pm} = (p_m, t_m)$
$e_{dmi} = (p_m, d_{m1})$
$e_{dmn} = (p_m, d_{mn})$

Berdasarkan definisi graf isomorfik bahwa koleksi subgraf $\{H_i\}_{i=1}^{n+1}$ berupa mK_2 yang dapat ditulis dengan $H_i \cong mK_2$. Hal ini dapat diketahui dari sisi e_1 yang bersisian dengan titik a dan titik t_m, sedangkan titik e_{pm} bersisian dengan titik p_m dan titik t_m, sedangkan titik e_{dmi} bersisian dengan titik p_m dan titik d_{m1} dan sedangkan titik e_{dmn} bersisian dengan titik p_m dan titik d_{mn}. Jadi, jika $H_i \cong mK_2$ untuk setiap i maka $B_{m,n}$ merupakan mK_2 $-$dekomposisi.

KESIMPULAN

Misalkan $m \geq 1$ dan $n \geq 2$ pada graf pohon pisang $B_{m,n}$ maka berdasarkan pembahasan, karena graf pohon pisang $B_{m,n}$ dipartisi sebanyak $n + 1$ yang sehingga setiap partisi terdapat sisi sebanyak m, kemudian ditemukan bahwa graf pohon pisang $B_{m,n}$ didekomposisikan oleh graf mK_2, maka dapat ditemukan kesimpulan bahwa graf pohon pisang $B_{m,n}$ merupakan mK_2 $-$dekomposisi.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Chartrand, Gary and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: a Division of Wadsword, Inc.

[2] Chartrand, Gary, Lesniak, L. and Zang, Pink. 2016. *Graphs and Digraphs Sixth Edition*. Boca Raton: CRC Press.

[3] Chartrand, Gary and Ollerman and Ortud R. Ollerman. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory.* New York: McGraw-Hill, Inc.

[4] Chartrand, Gary and Zang, Pink. 2012. *A First Course In Graph Teory*. Mineola, New York: Dover Publication, Inc.

[5] Darwanto, dkk. 2020. *Teori Himpunan*. Lampung: Universitas Muhammadiyah Kotabumi.

[6] Hayu, Wisra, dkk. 2017. *Pembentukan Pohon Merentang Minimum Dengan Algoritma Kruskal*. *Jurnal Scientific Pinisi*. Vol. 3. No. 2, 108-115.

[7] Munir, R. 2006. Diktat Kuliah IF2153 *Matematika Diskrit*. Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung.

[8] Munir,R. 2012. *Matematika Diskrit*. Penerbit Informatika: Bandung.

[9] Musthofa, Putri Rizqi dan Kuswardi, Yemi. 2018. *Dekomposisi Graf Matahari* $(C_n \odot \overline{(K_1)})$. *Jurnal of Mathematics and Mathematics Education*. Vol. 8, No. 1, 20-30.

[10] Nur, Melati, dkk. 2020. *Bilangan Kromatik Lokasi Untuk Graf Pohon Pisang* $B_{n,k}$.. Vol 9. No. 2.

[11] Purwanto. 1997. *Matematika Diskrit.* Malang; IKIP MALANG.

[12] Rahmawati, Nur. 2014. *Dekomposisi Graf Sikel, Graf Roda, Graf Gir dan Graf Persahabatan.* MATHunesa, Vol. 3, No. 3, 64-71.

[13] This'atun Na'imah. 2020. *Dekomposisi Graf Kimcir* W_2^m. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

[14] Wibisono, S. 2008. *Matematika Diskrit.* Graha Ilmu: Yogyakarta.

[15] Wilson, Robin J. and Walkins, John J. 1990. *Graphs an Introducty Approach: A First Course in Discrete Mathematics.* New York: John Wiley & Sons, Inc.