Jurnal Riset Mahasiswa Matematika
Volume 2(4) (2023), Pages 144-152
p-ISSN: 2808-1552; e-ISSN: 2808-4926

Penyelesaian Sistem Persamaan Hukum Laju Reaksi dengan Metode Transformasi Diferensial

Siti Maftuhah*, Heni Widayani, Ari Kusumastuti

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Indonesia

st.maftuhah09@gmail.com*, heniwidayani@mat.uin-malang.ac.id, astuti@mat.uin-malang.ac.id

Abstrak

Penelitian ini difokuskan pada penyelesaian persamaan hukum laju reaksi dengan metode transformasi diferensial. Persamaan hukum laju reaksi mendeskripsikan masalah reaksi kimia dari konsentrasi suatu reaktan yang menghasilkan suatu produk. Metode transformasi diferensial merupakan suatu metode numerik semi-analitik yang dapat memberikan solusi pendekatan dalam bentuk deret karena metode tersebut diperoleh dari pengembangan ekspansi deret Taylor. Dengan bantuan *software Maple* diperoleh perbandingan plot solusi $y_1(t), y_2\ (t)$ dan $y_3(t)$, plot solusi tersebut dapat diamati bahwa perbedaan hasil komputasi antara metode Runge-kutta dan transformasi diferensial tergantung dari orde k-nya. Kurva dari metode transformasi differensial semakin mendekati pada kurva metode Runge-Kutta pada nilai k tertentu untuk masing-masing $y_1(t), y_2\ (t)$ dan $y_3(t)$. Kesimpulan dari penelitian ini adalah penerapan metode transformasi differensial telah berhasil dilakukan pada kasus sistem persamaan differensial biasa. Untuk penelitian selanjutnya, peneliti menyarankan agar penelitian berikutnya menerapkan metode transformasi diferensial pada kasus dan nilai awal yang lebih variatif.

Kata kunci: Persamaan Hukum Laju Reaksi; Metode Transformasi diferensial.

Abstract

This research is focused on solving the rate law equation by using the differential transformation method. The rate law equation describes the chemical reaction problem from the concentration of a reactant that produces a product. The differential transformation method is a semi-analytic numerical method that can provide approximate solutions in the form of a series because the method is obtained from the expansion of the Taylor series expansion. With the help of Maple software, a comparison of the solution plots of $y_1(t), y_2\ (t)$ and $y_3(t)$, can be observed that the difference in computational results between the Runge-kutta method and the differential transformation depends on the order of k. The curve of the differential transformation method is getting closer to the curve of the Runge-Kutta method at a certain value of k for each $y_1(t), y_2\ (t)$ and $y_3(t)$. The conclusion of this research is that the application of the differential transformation method has been successfully carried out in the case of a system of ordinary differential equations. For further research, the researcher suggests that the next research applies the method of differential transformation in cases and initial values that are more varied.

Keywords: Rate Law Equation; Differential Transformation Method

PENDAHULUAN

Untuk mempermudah mengamati suatu fenomena maka suatu masalah yang terjadi umumnya dimodelkan dengan menggunakan persamaan diferensial. Salah satu persamaan yang sering digunakan sebagai model adalah persamaan diferensial biasa. Suatu fenomena atau masalah yang terjadi memiliki beberapa faktor penyebab yang saling berkaitan satu sama lain. Ketika faktor–faktor ini saling berinteraksi satu sama lain, umumnya nilai masing-masing faktor ini pun dapat berubah–ubah mengikuti suatu pola yang dapat diidentifikasi ataupun tidak. Karena

Submitted: 6 Juli 2022 Reviewed: 20 Februari 2023 Accepted: 28 April 2023
Doi: http://dx.doi.org/10.18860/jrmm.v2i4.16805

keterkaitan interaksi antar faktor–faktor ini membentuk suatu sistem, maka sistem persamaan diferensial biasa akan memberikan pendekatan yang lebih baik dan kompleks pada penelitian. Pada dasarnya model dari suatu fenomena yang terjadi pada dunia nyata memiliki bentuk yang kompleks, sehingga diperlukan metode–metode tertentu untuk menyelesaikan model tersebut.

Metode transformasi diferensial pertama kali diperkenalkan oleh Zhou (1986) pada penyelesaian persamaan linear dan non linier sirkuit listrik. Metode transformasi diferensial adalah metode semi numerik-analitik yang diformulasikan dari deret Taylor. Walaupun metode ini merupakan pengembangan lanjut dari deret Taylor, tetapi metode ini sangat jauh berbeda dari metode deret Taylor lama orde tinggi. Pada metode deret Taylor lama orde tinggi diperlukan perbandingan antara turunan yang diperlukan dengan fungsi data. Hal ini menyebabkan metode tersebut memerlukan waktu yang cukup lama untuk menyelesaikan suatu persamaan. Sedangkan metode transformasi diferensial memungkinkan untuk memberikan solusi dengan keakuratan tinggi atau solusi eksak persamaan diferensial yang diteliti [1]. Tanpa proses linierisasi, komputasi pada metode ini dapat berjalan secara efektif dan efisien serta menghindari error pada pembulatan solusi yang diperoleh [7].

Karena kemudahan dan keefektifan metode ini dalam menyelesaikan berbagai masalah persamaan diferensial, maka pembahasan aplikasi metode ini pun semakin meluas. Pada pembahasan masalah nilai Eigen, Chen dan Ho (1996) menggunakan metode ini untuk mengalkulasi nilai Eigen dan fungsi eigen pada persamaan Sturm-Lioville. Untuk masalah nilai awal, Jang dan Chen (2000) menggunakan metode ini untuk memperoleh solusi aproksimasi dari masalah nilai awal linear dan non linear. Kemudian pada sistem persamaan diferensial, Ayaz (2004) juga menggunakan metode transformasi diferensial untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial.

Sistem persamaan diferensial biasa yang diperoleh dari masalah laju reaksi dibahas oleh Robertson (1965) Solusi berbentuk deret pangkat dari sistem ini dikaji oleh Dogan Kaya (2004) menggunakan metode dekomposisi Adomian. Pada penelitian ini, sistem persamaan diferensial biasa akan diselesaikan menggunakan metode transformasi diferensial. Salah satu contoh sistem persamaan diferensial biasa yang diselesaikan serupa dengan yang dikaji oleh Dogan Kaya (2004) namun menggunakan metode yang berbeda.

METODE

Tahapan Penelitian

Penelitian ini diawali dengan menelaah lebih dalam pembahasan pada jurnal referensi utama dengan teori-teori pendukung penelitian. Kemudian dengan kasus yang diambil, peneliti menerapkan metode transformasi diferensial dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Sistem persamaan diferensial biasa ditransformasikan dengan sifat–sifat transformasi diferensial yang sesuai.
2. Nilai awal yang diberikan ditransformasikan dengan definisi transformasi diferensial.
3. Memilih k anggota bilangan bulat tak negatif kemudian disubstitusian pada hasil transformasi sistem persamaan diferensial biasa.
4. Hasil yang diperoleh disubstitusikan pada invers dari metode transformasi diferensial sehingga diperoleh deret penyelesaiannya.
5. Membentuk persamaan umum dan mengalkulasi hasil numerik dari deret yang diperoleh kemudian diplotkan dengan bantuan Maple.

Deret Taylor

Pada dasarnya deret Taylor menghasilkan rata–rata untuk memprediksi nilai suatu fungsi pada suatu titik dan turunannya pada titik lainnya. Teorema Taylor ini menyatakan bahwa setiap fungsi yang *smooth* (mulus) dapat diaproksimasikan dengan suatu polinom.

Jika suatu fungsi f dan turunan ke $n+1$ kontinu pada interval yang memuat x_0 dan x, maka nilai dari fungsi f pada x didefinisikan sebagai berikut

$$f(x) = f^{(0)}(x_0) + f^{(1)}(x_0)(x-x_0) + \frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f^{(3)}(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \cdots + \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k + R_k \tag{2.16}$$

dengan sisa R_k yang didefinisikan sebagai berikut

$$R_k = \int_{x_0}^{x} \frac{(x-p)^k}{k!} f^{(k+1)}(p)\,dp \tag{2.17}$$

di mana p adalah variabel *dummy*. Persamaan (2.16) disebut sebagai formula Taylor. Kemudian $f^{(k)}(x_0)$ menotasikan turunan ke-k fungsi f pada $x = x_0$. Kemudian untuk notasi $f^{(0)}(x_0)$ menotasikan bentuk $f(x_0)$. Jika sisa R_k dihilangkan, maka ruas kanan pada (2.16) merupakan pendekatan fungsi $f(x)$ dengan aproksimasi polinomial Taylor.

Persamaan (2.17) adalah bentuk integral dari sisa yang diekspresikan. Formulasi alternatif sisa tersebut dapat diperoleh dari penurunan teorema nilai rata - rata integral.

Teorema 2.1 Jika suatu fungsi g kontinu dan dapat diintegralkan pada interval yang memuat x_0 dan x, maka terdapat satu titik ξ diantara x_0 dan x

$$\int_{x_0}^{x} g(p)\,dp = g(\xi)(x-x_0) \tag{2.18}$$

sehingga teorema ini menyatakan bahwa integral tersebut direpresentasikan dengan nilai rata–rata untuk fungsi $g(\xi)$ dikalikan panjang interval $x - x_0$, karena nilai rata–rata harus berada diantara nilai minimun dan maksimum pada interval sehingga terdapat suatu titik $x = \xi$ yang mana fungsinya memberikan nilai rata–rata.

Teorema 2.2 Jika suatu fungsi g dan h kontinu dan dapat diintegralkan pada interval yang memuat x_0 dan x, dan h tidak merubah tanda pada interval, maka ada suatu titik ξ diantara x_0 dan x sedemikian hingga

$$\int_{x_0}^{x} g(p)\,h(p)dp = g(\xi)\int_{x_0}^{x} h(p)\,dp. \tag{2.19}$$

Jika $h(p) = 1$ maka persamaan (2.18) dan persamaan (2.19) ekuivalen.

Teorema tersebut dapat diaplikasikan pada persamaan (2.17) dengan

$$g(p) = f^{(k+1)}(p) \qquad h(p) = \frac{(x-p)^k}{k!}$$

dengan t bervariasi dari x_0 hingga x, $h(p)$ kontinu dan tidak berubah tanda. Sehingga, jika $f^{(n+1)}(p)$ kontinu, maka teorema nilai rata–rata integral berlaku dan

$$R_k = \frac{f^{(k+1)}(\xi)}{(k+1)!}(x-x_0)^{k+1}. \tag{2.20}$$

Persamaan (2.20) disebut sebagai turunan atau bentuk Lagrange sisa (Chapra, 2010).

Maka bentuk sigma dari aproksimasi polinomial Taylor fungsi f adalah

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k \\ &= f^{(0)}(x_0) + f^{(1)}(x_0)(x-x_0) + \frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \cdots \end{aligned} \tag{2.21}$$

Metode Transformasi diferensial

Sejak dua dekade akhir ini persamaan diferensial *stiff* (kaku) telah dipelajari lebih lanjut dengan beragam penerapan metode untuk memperoleh solusi pendekatannya [10]. Jika suatu solusi dari sistem memiliki komponen yang mengalami perubahan terhadap laju yang berbeda secara signifikan dengan variabel independen yang diberikan, maka sistem tersebut bersifat kaku [6]. Pada kasus persamaan diferensial linier, sifat kekakuan dari persamaan tersebut disebabkan oleh nilai Eigen yang dimiliki sangat kecil [10]. Persamaan bersifat *stiff* umumnya ditemukan pada sirkuit listrik, mekanik, meteorologi, oseanografi dan getaran. Pada tiga dekade akhir ini berbagai macam penelitian telah dilakukan dengan fokus pengembangan metode lebih lanjut yang efisien. Kasusnya semakin rumit ketika meneliti sistem persamaan kaku yang tak-linier [6].

Metode transformasi diferensial (DTM) merupakan teknik semi numerik-analitik yang memberikan solusi dalam bentuk deret dan merupakan pengembangkan dari deret Taylor yang dikenalkan pertama kali oleh Zhou pada penelitiannya tentang sirkuit listrik. Pada beberapa kasus solusi deret yang diperoleh dari kalkulasi metode transformasi diferensial ini dapat dikonversikan menjadi solusi tertutup. Metode ini menghasilkan solusi analitik dalam bentuk polinomial. Umumnya komputasi dari deret Taylor memerlukan waktu yang lama untuk menyelesaikan kasus persamaan diferensial orde tinggi. Metode ini memungkinkan untuk memberikan solusi persamaan diferensial dengan keakuratan yang lebih baik, proses yang lebih efektif serta komputasi lebih mudah, sehingga metode ini mampu memberikan solusi pendekatan untuk berbagai macam kasus, seperti persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial maupun sistem persamaan diferensial baik linier maupun non linier [3].

Definisi 2.1. Jika suatu fungsi $u(t) \in \mathbb{R}$ diekspansi dengan menggunakan deret Taylor di sekitar titik tetap t_0 maka $u(t)$ direpresentasikan sebagai berikut

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{u^{(k)}(t_0)}{k!}(t - t_0)^k + R(t) \tag{2.22}$$

Jika $u_n(t)$ merupakan jumlah dari deret Taylor hingga ke$-n$ maka persamaan (2.22) menjadi

$$u_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{u^{(k)}(t_0)}{k!}(t - t_0)^k + R_n(t) \tag{2.23}$$

dengan $u_n(t)$ merupakan polinomial taylor ke$-n$ untuk $u(t)$ di sekitar t_0 dan $R_n(t)$ adalah sisa.

Definisi 2.2 Jika $U(k)$ merupakan transformasi diferensial dari $u(t)$ didefiniskan sebagai berikut

$$U(k) = \frac{1}{k!}\left[\frac{d^k u(t)}{dt^k}\right]_{t=t_0}, \qquad \text{dengan } k = 0,1,\dots,\infty \tag{2.24}$$

Maka persamaan (2.22) dapat direduksi menjadi

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} U(k)(t - t_0)^k + R(t) \tag{2.25}$$

dan persamaan (2.23) menjadi

$$u_n(t) = \sum_{k=0}^{n} U(k)(t - t_0)^k + R_n(t). \tag{2.26}$$

Jika $t_0 = 0$ maka persamaan (2.25) menjadi

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} U(k)t^k. \tag{2.27}$$

Jika definisi 2.2 pada persamaan 2.24 diaplikasikan pada persamaan (2.27) maka diperoleh invers transformasi diferensial dengan bentuk sebagai berikut

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}\left[\frac{d^k u(t)}{dt^k}\right]_{t=t_0} t^k \qquad (2.28)$$

Berdasarkan pemaparan definisi sebelumnya bahwa konsep transformasi diferensial merupakan hasil penurunan dari ekspansi deret Taylor. Seiring dengan kelanjutan pembahasan metode Transformasi diferensial huruf kecil merepresentasikan fungsi asli sedangkan huruf kapital merepresentasikan fungsi transformasi dari metode transformasi diferensial.

Jika $W(k), U(k)$ dan $V(k)$ merupakan transformasi diferensial dari fungsi $w(t)$, $u(t)$ dan $v(t)$ berdasarkan definisi–definisi transformasi diferesnial sebelumnya maka diperoleh

Tabel 2.1 Sifat - Sifat Transformasi Diferensial

Jenis	Sifat
Sifat 1	Jika $w(t) = u(t) \pm v(t)$, maka $W(k) = U(k) \pm V(k)$.
Sifat 2	Jika $w(t) = \lambda u(t)$, maka $W(k) = \lambda U(k)$.
Sifat 3	Jika $w(t) = \frac{d^m}{dt^m} u(t)$, maka $W(k) = \frac{(k+m)!}{k!} U(k+m)$.
Sifat 4	Jika $w(t) = u(t)v(t)$, maka $W(k) = \sum_{l=0}^{k} U(i)V(k-i)$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode Transformasi Diferensial pada Sistem Persamaan Diferensial Biasa

Sistem persamaan diferensial biasa yang akan diteliti pada penelitian kali ini adalah sistem persamaan diferensial biasa dari Doğan Kaya (2004) berikut

$$\begin{aligned} \frac{dy_1(t)}{dt} &= -k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t) y_3(t), \\ \frac{dy_2(t)}{dt} &= k_3 y_1(t) - k_4 y_2(t) y_3(t) - k_5 y_2^2(t), \\ \frac{dy_3(t)}{dt} &= k_6 y_2^2(t), \end{aligned} \qquad (4.1)$$

di mana $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ adalah parameter konstan ($k_1 = 0.04, k_2 = 0.01, k_3 = 400, k_4 = 100, k_5 = 3000, k_6 = 30$ dengan kondisi awal sebagai berikut :

$$y_1(0) = 1,$$
$$y_2(0) = 0,$$
$$y_3(0) = 0$$

Tahap pertama yaitu mentransformasikan persamaan (4.1) menggunakan definisi dari transformasi diferensial maka ditemukan hasil dari transformasinya sebagai berikut

$$\begin{aligned} Y_1(k+1) &= \frac{1}{(k+1)}\left(k_2 \sum_{l=0}^{k} Y_2(l) Y_3(k-l) - k_1 Y_1(k)\right) \\ Y_2(k+1) &= \frac{1}{(k+1)}\left(k_3 Y_1(k) - k_4 \sum_{l=0}^{k} Y_2(l) Y_3(k-l) - k_5 \sum_{l=0}^{k} Y_2(l) Y_2(k-l)\right) \\ Y_3(k+1) &= \frac{1}{(k+1)}\left(k_6 \sum_{l=0}^{k} Y_2(l) Y_2(k-l)\right). \end{aligned} \qquad (4.5)$$

Setelah sistem persamaan (4.1) ditransformasikan, maka tahap berikutnya adalah mentransformasikan kondisi awal pada persamaan asli yang diberikan dengan menggunakan definisi DTM pada definisi 2.2 persamaan (2.17), sehingga diperoleh nilai kondisi awal dari persamaan transformasinya, tentunya pada saat $k = 0$. Untuk kondisi awal $y_1(0) = 1$ diperoleh nilai transformasinya sebagai berikut

$$Y_1(0) = \frac{1}{0!}\left[\frac{d^0 y_1(0)}{dt^0}\right] = y_1(0) = 1,$$

$$Y_1(0) = 1. \tag{4.6}$$

Dengan cara yang sama maka diperoleh nilai $Y_2(0) = 0$ dan $Y_3(0) = 0$, sehingga dapat ditulis kembali nilai kondisi awal persamaan transformasinya adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} Y_1(0) &= 1, \\ Y_2(0) &= 0, \\ Y_3(0) &= 0. \end{aligned} \tag{4.7}$$

Setelah diperoleh nilai awal persamaan transformasinya maka tahapan berikutnya adalah melakukan iterasi pada tiap persamaan transformasi pada persamaan (4.5). Pada persamaan pertama yaitu

k	$Y_1(k)$	$Y_2(k)$	$Y_3(k)$
0	1	0	0
1	$-k_1$	k_3	0
2	$\frac{1}{2}k_1^2$	$-\frac{1}{2}k_3k_1$	0
3	$-\frac{1}{6}k_1^3$	$\frac{1}{6}k_3k_1^2 - \frac{1}{3}k_5k_3^2$	$\frac{1}{3}k_6k_3^2$
4	$\frac{1}{24}k_1^4$	$-\frac{1}{24}k_3k_1^3 + \frac{1}{4}k_5k_3^2k_1$	$-\frac{1}{4}k_6k_3^2k_1$
5	$-\frac{1}{120}k_1^5$	$\frac{1}{120}k_3k_1^4 - \frac{1}{15}k_6k_4k_3^2 - \frac{7}{60}k_5k_3^2k_1^2$	$\frac{7}{60}k_6k_3^2k_1^2$
	$+\frac{1}{15}k_6k_3^3k_2$	$+\frac{2}{15}k_5^2k_3^2$	$-\frac{2}{15}k_6k_5k_3^3$
6	$\frac{1}{720}k_1^6$	$-\frac{1}{720}k_3k_1^5 + \frac{1}{90}k_6k_3^4k_2 + \frac{5}{72}k_6k_4k_3^3k_1$	$-\frac{1}{24}k_6k_3^2k_1^3$
	$-\frac{29}{360}k_6k_3^3k_2k_1$	$+\frac{1}{24}k_5k_3^2k_1^3 - \frac{5}{36}k_5^2k_3^3k_1$	$+\frac{5}{36}k_6k_5k_3^3k_1$
⋮	⋮	⋮	⋮

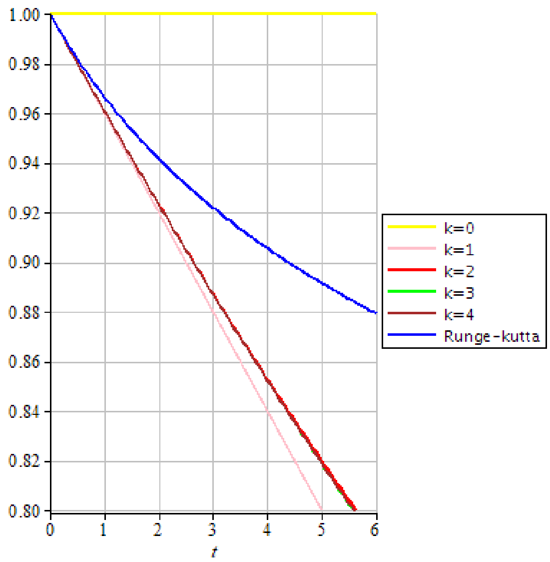
Solusi dari persamaan yang diperoleh sebagai berikut

$$\begin{aligned} y_1(t) = 1 &+ (-k_1)t + \left(\frac{1}{2}k_1^2\right)t^2 + \left(-\frac{1}{6}k_1^3\right)t^3 + \left(\frac{1}{24}k_1^4\right)t^4 \\ &+ \left(-\frac{1}{120}k_1^5 + \frac{1}{15}k_6k_3^3k_2\right)t^5 + \left(\frac{1}{720}k_1^6 - \frac{29}{360}k_6k_3^3k_2k_1\right)t^6 + \cdots \end{aligned} \tag{4.11}$$

$$y_2(t) = k_3 t + \left(-\frac{1}{2}k_3k_1\right)t^2 + \left(\frac{1}{6}k_3k_1^2 - \frac{1}{3}k_5k_3^2\right)t^3 + \left(-\frac{1}{24}k_3k_1^3 + \frac{1}{4}k_5k_3^2k_1\right)t^4$$
$$+ \left(\frac{1}{120}k_3k_1^4 - \frac{1}{15}k_6k_4k_3^2 - \frac{7}{60}k_5k_3^2k_1^2 + \frac{2}{15}k_5^2k_3^2\right)t^5$$
$$+ \left(-\frac{1}{720}k_3k_1^5 + \frac{1}{90}k_6k_3^4k_2 + \frac{5}{72}k_6k_4k_3^3k_1 + \frac{1}{24}k_5k_3^2k_1^3 - \frac{5}{36}k_5^2k_3^3k_1\right)t^6 + \cdots$$
$$y_3(t) = \left(\frac{1}{3}k_6k_3^2\right)t^3 + \left(-\frac{1}{4}k_6k_3^2k_1\right)t^4 + \left(\frac{7}{60}k_6k_3^2k_1^2 - \frac{2}{15}k_6k_5k_3^3\right)t^5$$
$$+ \left(-\frac{1}{24}k_6k_3^2k_1^3 + \frac{5}{36}k_6k_5k_3^3k_1\right)t^6 + \cdots$$

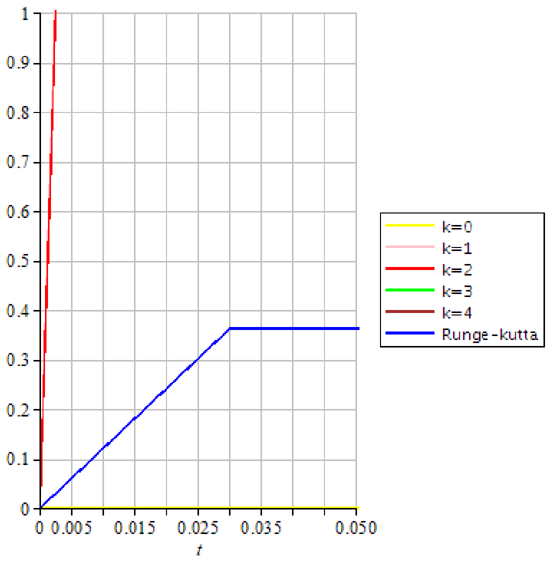
Plot Solusi Sistem PDB

Pada pemaparan sebelumnya penerapan metode transformasi diferensial menghasilkan solusi sistem persamaan diferensial hukum laju reaksi dalam bentuk deret tak hingga. Kemudian dari solusi yang diperoleh dibandingkan plotnya dengan menggunakan metode runge-kutta orde 4 dengan fungsi *built-in* rkf45 pada software Maple 18. Berikut adalah plot perbandingan solusi $y_1(t)$ antara metode runge-kutta dan metode transformasi diferensial dengan k dimulai dari 0 hingga 4 dengan t mulai dari 0 sampai 6



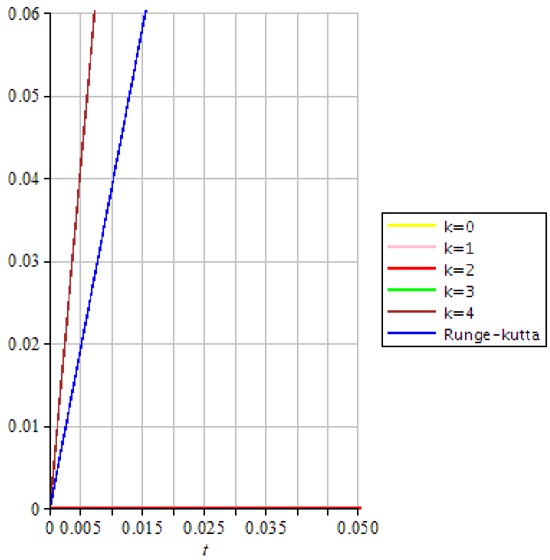
Gambar 4.1 **Kurva Aproksimasi Solusi Persamaan $y_1(t)$**

kemudian untuk plot perbandingan solusi pada $y_2(t)$ adalah



Gambar 4.2 **Kurva Aproksimasi Solusi $y_2(t)$**

sedangkan plot perbandingan solusi $y_3(t)$ adalah



Gambar 4.3 **Kurva Aproksimasi Solusi $y_3(t)$**

Dari perbandingan plot solusi $y_1(t), y_2\ (t)$ dan $y_3(t)$ dapat diamati bahwa perbedaan hasil komputasi antara metode Runge-kutta dan transformasi diferensial tergantung dari orde k-nya, semakin tinggi k-nya maka plotnya semakin mendekati plot solusi Runge-kutta.

KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah penggunaan metode transformasi diferensial telah berhasil diterapkan pada sistem persamaan diferensial biasa. Melalui proses iterasi metode transformasi diferensial pada sistem dengan kondisi awal $y_1(0) = 1, y_2(0) = 0$ dan $y_3(0) = 0$ dengan parameter konstanta yang telah diberikan ($k_1 = 0.04, k_2 = 0.01, k_3 = 400, k_4 = 100, k_5 = 3000, k_6 = 30$), dengan hasil kalkulasi iterasi pada metode transformasi diferensial maka diperoleh solusi sistem dalam bentuk deret tak hingga sebagai berikut

$$y_1(t) = 1 + (-k_1)t + \left(\frac{1}{2}k_1^2\right)t^2 + \left(-\frac{1}{6}k_1^3\right)t^3 + \left(\frac{1}{24}k_1^4\right)t^4 + \left(-\frac{1}{120}k_1^5 + \frac{1}{15}k_6k_3^3k_2\right)t^5 + \left(\frac{1}{720}k_1^6 - \frac{29}{360}k_6k_3^3k_2k_1\right)t^6 + \cdots$$

$$y_2(t) = k_3t + \left(-\frac{1}{2}k_3k_1\right)t^2 + \left(\frac{1}{6}k_3k_1^2 - \frac{1}{3}k_5k_3^2\right)t^3 + \left(-\frac{1}{24}k_3k_1^3 + \frac{1}{4}k_5k_3^2k_1\right)t^4 + \left(\frac{1}{120}k_3k_1^4 - \frac{1}{15}k_6k_4k_3^2 - \frac{7}{60}k_5k_3^2k_1^2 + \frac{2}{15}k_5^2k_3^2\right)t^5 + \left(-\frac{1}{720}k_3k_1^5 + \frac{1}{90}k_6k_3^4k_2 + \frac{5}{72}k_6k_4k_3^3k_1 + \frac{1}{24}k_5k_3^2k_1^3 - \frac{5}{36}k_5^2k_3^3k_1\right)t^6 + \cdots$$

$$y_3(t) = \left(\frac{1}{3}k_6k_3^2\right)t^3 + \left(-\frac{1}{4}k_6k_3^2k_1\right)t^4 + \left(\frac{7}{60}k_6k_3^2k_1^2 - \frac{2}{15}k_6k_5k_3^3\right)t^5 + \left(-\frac{1}{24}k_6k_3^2k_1^3 + \frac{5}{36}k_6k_5k_3^3k_1\right)t^6 + \cdots$$

DAFTAR PUSTAKA

[1] Abazari, Reza dan A. Borhanifar. 2010. Numerical Study of The Solution of The Burgers and Coupled Burgers Equations by a Differential Transformation Method. *Computers and Mathematics with Application*. No. 59 Hal. 2711-2722.

[2] Ayaz, Fatma. 2004. Application of Differential Transform Method to Differential-Algebraic Equations. *Applied Mathematics and Computations.* Hal. 649-657.

[3] Borhanifar, A. dan Reza Abazari. 2011. Exact Solution For Non-Linear Schodinger Equation By Differential Transformation Method. *J Appl Math Comput.* Hal. 37-51

[4] Chen, C. dan S. Ho. 1996. Application of Differential Transformaion to eigenvalue problems. *Applied Mathematics and Computations*. Hal. 173-188.

[5] Chen. M. Jang, C. dan Y. Liy. 2000. On Solving The Initial-Value Problems Using The Differential Transformaion Method. *Applied Mathematics and Computations*. Hal. 145-160

[6] Idrees, Muhammad, dkk. 2013. Exact Solution for a Class of Stiff Systems by Differential Transform Method. *Applied Mathematics*. url: http://www.scirp.org/journal/am

[7] Kangalgil, Figen. 2013. The Differential Transform Method for Solving One-Dimensional Burger's Equation and K(m,p,1) Equation. *Fen Bilimleri Dergisi*. No. 3

[8] Kaya, D. 2004. A reliable Method for The Numerical Solution of The Kinetics Problem. *Applied Mathematics and Computation*. No. 156 Hal. 261-270.

[9] Robertson, H, H. 1966. *The Solution of The Set of Reaction Equations,* di: J. Walsh (Ed.), *Numerical Analysis, An Introduction*. London: Academic Press.

[10] Shaikh, Mdi B Jeelani. 2019. Some Application of Differential Transform Methods to Stiff Differential Equations. *International Journal of Applied Engineering Research*. Vol. 14. No. 4. Hal. 877-880

[11] Zhou, J. K. 1986. *Differential Transformation and Its Application for Electrical Circuits*. Wuhan: Huarjung University Press.