

Analisis Implementasi Matriks dalam Estimasi Laju Pertumbuhan Populasi Wanita

Ulfa Imelda Wijaya*, Intan Nisfulaila

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, Indonesia

ulf.wijaya20@gmail.com*, i.nisfulaila@uin-malang.ac.id

Abstrak

Matriks Leslie adalah suatu matriks pertumbuhan yang digunakan untuk mengestimasi laju pertumbuhan suatu populasi. Melalui laju pertumbuhan populasi tersebut, dapat diperoleh informasi apakah pertumbuhannya cenderung mengalami peningkatan, penurunan, atau stabil. Bentuk umum matriks Leslie yaitu berupa matriks persegi di mana entri-entri baris pertamanya memuat nilai-nilai tingkat kesuburan wanita (a_i), subdiagonalnya memuat nilai-nilai tingkat ketahanan hidup wanita (b_i), dan entri-entri selain di baris pertama dan subdiagonalnya bernilai nol. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 beserta analisisnya. Tahapan penelitian ini diawali dengan menyajikan model pertumbuhan populasi matriks Leslie untuk tiga tahun berikutnya. Tahapan kedua yaitu menentukan interval kelas umur. Selanjutnya, menentukan vektor distribusi umur awal. Tahapan keempat dan kelima secara berurutan yaitu menghitung nilai a_i dan nilai b_i . Tahapan berikutnya yaitu mengonstruksi matriks Leslie. Tahapan ketujuh yaitu menghitung estimasi populasi wanita. Tahapan kedelapan yaitu menentukan nilai eigen dan diakhiri dengan menentukan nilai eigen dominan. Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan diperoleh bahwa estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 cenderung mengalami penurunan dengan perolehan nilai eigen dominan yang kurang dari satu. Informasi tersebut dapat menjadi bahan pertimbangan pemerintah dalam menyusun kebijakan-kebijakan terkait kependudukan.

Kata Kunci: matriks Leslie; nilai eigen; pertumbuhan populasi

Abstract

Leslie matrix is a growth matrix used to estimate the growth rate of a population. Through the population growth rate, information can be obtained whether the growth tends to increase, decrease, or stabilize. The general form of the Leslie matrix is a square matrix in which the first-row entries contain values of female fertility rate (a_i), the subdiagonals contain values of female survival rate (b_i), and entries other than in the first row and sub diagonals are zero. This research is to determine the implementation of the Leslie matrix in estimating the female population growth rate in Situbondo Regency 2023 and its analysis. The stages of this research began with presenting the Leslie matrix population growth model for the next three years. The second stage is to determine the age class interval. Next, determine the initial age distribution vector. The fourth and fifth stages, respectively, are calculating the a_i and the b_i value. The next step is constructing the Leslie matrix. The seventh stage is to calculate the estimated female population. The eighth stage is determining the eigenvalue and ends with determining the dominant eigenvalue. Based on the results of the research that has been done, it is obtained that the estimated female population in Situbondo Regency 2023 tends to decrease with the acquisition of a dominant eigenvalue that is less than one. That information can be taken into consideration by the government in formulating population-related policies.

Keywords: Leslie matrix; eigenvalues; population growth

PENDAHULUAN

Matriks merupakan jajaran bilangan-bilangan berbentuk persegi panjang yang disusun dalam baris dan kolom. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut entri dari matriks [1].

Dalam kehidupan sehari-hari, matriks dapat digunakan untuk menyederhanakan dan menyelesaikan suatu permasalahan, misalnya masalah kependudukan. Jenis matriks yang digunakan dalam penyelesaian masalah kependudukan yaitu matriks Leslie. Matriks Leslie adalah suatu matriks yang diimplementasikan guna mengestimasi banyak dan laju pertumbuhan suatu populasi [2]. Melalui pertumbuhan populasi dapat diperoleh informasi terkait perubahan banyaknya populasi tersebut pada tahun berikutnya, apakah pertumbuhan populasinya cenderung mengalami peningkatan, penurunan, atau stabil [3]. Leslie (1948) menyatakan bahwa untuk kesederhanaan, diasumsikan bahwa rentang usia yang sama pada periode waktu tertentu dan hanya populasi wanita/betina yang digunakan dalam perhitungan matriks Leslie. Dalam artikel yang berbeda disebutkan bahwa karena wanita/betina yang dapat melahirkan, maka hanya populasi wanita/betina yang menjadi objek dalam perhitungan menggunakan matriks Leslie [4]. Matriks Leslie memiliki dua parameter yaitu parameter a_l dengan nilai $l = 1, 2, \dots, n$ dan b_l dengan nilai $l = 1, 2, \dots, n - 1$. Didefinisikan a_l sebagai tingkat kesuburan wanita/betina yang merupakan rata-rata jumlah bayi (wanita/betina) yang lahir dari kelas umur ke- l pada waktu t hingga $t + 1$. Didefinisikan b_l sebagai tingkat ketahanan hidup wanita pada kelas umur ke- l pada waktu t yang mampu bertahan hidup hingga kelas umur $l + 1$ pada waktu ke- $t + 1$ [2].

Bentuk umum dari matriks Leslie yaitu berbentuk matriks persegi di mana entri baris pertamanya merupakan tingkat kesuburan wanita/betina (a_l), subdiagonalnya terdiri dari tingkat ketahanan hidup wanita/betina (b_l) serta entri-entri yang terletak selain pada baris pertama dan subdiagonalnya bernilai nol. Estimasi laju pertumbuhan populasi menggunakan matriks Leslie dilakukan dengan menentukan nilai eigen dari transformasi linier berupa matriks Leslie tersebut. Nilai-nilai eigen yang diperoleh selanjutnya digunakan untuk menentukan nilai eigen dominan (λ_i). Nilai eigen dominan yang diperoleh lebih dari satu ($\lambda_i > 1$), maka laju pertumbuhan populasinya cenderung mengalami peningkatan. Apabila nilai eigen dominan yang diperoleh kurang dari satu ($\lambda_i < 1$), maka laju pertumbuhan populasinya cenderung mengalami penurunan. Sedangkan, nilai eigen dominan yang bernilai sama dengan satu ($\lambda_i = 1$) memiliki arti bahwa laju pertumbuhan populasi cenderung stabil [3]. Sementara itu, estimasi populasinya diperoleh melalui perhitungan menggunakan model pertumbuhan populasi matriks Leslie. populasi manusia yang ditandai dengan terlahir atau tidaknya individu-individu baru [5]. Penyejahteraan penduduk oleh pemerintah akan lebih mudah dilakukan salah satunya apabila pertumbuhan penduduknya terkendali [4].

METODE

Data Penelitian

Data pada penelitian ini berupa data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kabupaten Situbondo. Data yang dimaksud yaitu data populasi wanita dan kelahiran bayi (wanita) pada tahun 2020-2021.

Langkah-Langkah Penelitian

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menyajikan model pertumbuhan populasi matriks Leslie untuk x tahun berikutnya di Kabupaten Situbondo. Model umum pertumbuhan matriks Leslie untuk x tahun berikutnya yaitu:

$$n(t + x) = L^x n(t),$$

dengan keterangan:

$n(t + x)$: vektor populasi yang memuat estimasi populasi wanita pada waktu $t + x$.

L : matriks Leslie berukuran $n \times n$.

$n(t)$: vektor populasi yang memuat populasi pada kelas umur saat waktu t

2. Menentukan interval kelas umur. Interval kelas umur diperoleh dengan ketentuan sebagaimana pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Penentuan Kelas Umur

Kelas Umur	Rentang Umur	Kelas Umur	Rentang Umur
1	$\left[0, \frac{M}{l}\right)$	\vdots	\vdots
2	$\left[\frac{M}{l}, \frac{2M}{l}\right)$	$l-1$	$\left[\frac{(l-2)M}{l}, \frac{(l-1)M}{l}\right)$
3	$\left[\frac{2M}{l}, \frac{3M}{l}\right)$	l	$\left[\frac{(l-1)M}{l}, M\right)$

di mana M merupakan nilai maksimum pada populasi yang diamati dan dibagi menjadi l kelas umur.

3. Menentukan vektor distribusi umur awal (saat $t = 0$) yang berbentuk vektor kolom sebagai berikut:

$$n(t) = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ n_3(t) \\ \vdots \\ n_l(t) \end{bmatrix}$$

4. Menghitung nilai tingkat kesuburan wanita (a_l). Nilai (a_l) diperoleh melalui persamaan berikut:

$$a_l = \frac{\text{jumlah bayi (wanita) pada kelas umur ke-}l \text{ waktu } t \text{ hingga waktu } t + 1}{\text{populasi wanita pada kelas umur ke-}l \text{ saat } t},$$

secara matematis dituliskan sebagai:

$$a_l = \frac{A_l}{n_l(t)}.$$

5. Menghitung nilai tingkat ketahanan hidup wanita (b_l). Nilai diperoleh melalui persamaan berikut:

$$b_l = \frac{\text{Populasi wanita kelas umur ke-}l + 1 \text{ waktu } t + 1}{\text{Populasi wanita kelas umur ke-}l \text{ waktu } t},$$

secara matematis dituliskan sebagai:

$$b_l = \frac{n_{l+1}(t + 1)}{n_l(t)}.$$

6. Mengonstruksi Matriks Leslie. Bentuk umum matriks Leslie adalah sebagai berikut:

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_l \geq 0 \text{ untuk } l = 1, 2, \dots, n$$

$$0 < b_l \leq 1 \text{ untuk } l = 1, 2, \dots, n - 1.$$

7. Menghitung estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 menggunakan persamaan pada langkah penelitian pertama.

8. Menentukan nilai eigen dengan persamaan:

$$\det(\lambda I - A) = 0.$$

9. Menentukan nilai eigen dominan (λ_i) untuk mengetahui laju pertumbuhan populasi wanita dengan ketentuan:

$$|\lambda_1| > |\lambda_i| \text{ dengan } i = 2, 3, \dots, n.$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel 2 berikut merupakan data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu berupa data populasi wanita dan kelahiran bayi (wanita) di Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021.

Tabel 2. Data Populasi Wanita dan Kelahiran Bayi (Wanita) di Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Interval Umur	Populasi Wanita 2020	Jumlah Kelahiran Bayi (Wanita) Tahun 2020-2021	Populasi Wanita 2021
0-4	21.274	0	21.373
5-9	22.217	0	20.850
10-14	22.805	9	21.083
15-19	26.136	339	25.261
20-24	25.662	2.309	24.938
25-29	24.578	3.803	24.669
30-34	24.535	1.326	25.487
35-39	25.421	978	25.827
40-44	25.918	0	25.930
45-49	26.456	0	26.560
50-54	26.657	0	26.297
55-49	24.213	0	24.129
60-64	21.626	0	22.625
65-69	13.706	0	15.451
70-74	9.831	0	11.519
75+	10.232	0	11.282
Total	351.267	8.764	353.281

Analisis implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi wanita di Kabupaten Situbondo dilakukan melalui tahapan-tahapan berikut:

1. Menyajikan Model Pertumbuhan Matriks Leslie untuk x Tahun Berikutnya

Diketahui untuk $t = 0$ yaitu populasi wanita pada tahun 2020 sebagai data populasi awal. Oleh karena data tersebut akan digunakan untuk mengestimasi populasi wanita pada tahun 2023, maka diperoleh $x = 3$. Sehingga, rumus model pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 yaitu:

$$\begin{aligned}
 n(t+x) &= L^x n(t) \\
 n(0+3) &= L^3 n(0) \\
 n(3) &= L^3 n(0)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

keterangan:

$n(3)$: vektor populasi yang memuat estimasi populasi wanita pada tahun 2023.

L : matriks Leslie berukuran $n \times n$.

$n(0)$: vektor populasi yang memuat populasi pada kelas umur saat waktu $t = 0$.

2. Menentukan Interval Kelas Umur

Diasumsikan nilai umur maksimum populasi yang dinotasikan dengan M yaitu 75 tahun yang dibagi menjadi 15 kelas umur, maka diperoleh rentang umur pada masing-masing kelas umur dengan ketentuan sebagaimana pada Tabel 1 adalah berikut:

Tabel 3. Rentang Umur Populasi Wanita Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Kelas Umur	Rentang Umur	Kelas Umur	Rentang Umur
1	$\left[0, \frac{M}{l}\right) = [0,5)$	9	$\left[\frac{9M}{l}, \frac{10M}{l}\right) = [40,45)$

<p>2 $\left[\frac{M}{l}, \frac{2M}{l}\right) = [5,10)$</p> <p>3 $\left[\frac{2M}{l}, \frac{3M}{l}\right) = [10,15)$</p> <p>4 $\left[\frac{3M}{l}, \frac{4M}{l}\right) = [15,20)$</p> <p>5 $\left[\frac{4M}{l}, \frac{5M}{l}\right) = [20,25)$</p> <p>6 $\left[\frac{6M}{l}, \frac{7M}{l}\right) = [25,30)$</p> <p>7 $\left[\frac{7M}{l}, \frac{8M}{l}\right) = [30,35)$</p> <p>8 $\left[\frac{8M}{l}, \frac{9M}{l}\right) = [35,40)$</p>	<p>10 $\left[\frac{10M}{l}, \frac{11M}{l}\right) = [45,50)$</p> <p>11 $\left[\frac{11M}{l}, \frac{12M}{l}\right) = [50,55)$</p> <p>12 $\left[\frac{12M}{l}, \frac{13M}{l}\right) = [55,60)$</p> <p>13 $\left[\frac{13M}{l}, \frac{14M}{l}\right) = [60,65)$</p> <p>14 $\left[\frac{14M}{l}, \frac{15M}{l}\right) = [65,70)$</p> <p>15 $\left[\frac{15M}{l}, M\right) = [70,75)$</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

dengan interval umur di masing-masing kelas sebagaimana pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Rentang Umur Populasi Wanita Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Kelas Umur	Interval Umur	Kelas Umur	Interval Umur	Kelas Umur	Interval Umur	Kelas Umur	Interval Umur
1	0-4	5	20-24	9	40-44	13	60-64
2	5-9	6	25-29	10	45-49	14	65-69
3	10-14	7	30-34	11	50-54	15	70-74
4	15-19	8	35-39	12	55-59	16	75+

3. Menentukan Vektor Distribusi Umur Awal

Vektor distribusi umur awal yang dinotasikan dengan $n(t)$ merupakan populasi wanita pada waktu $t = 0$. Vektor distribusi umum awal dalam penelitian ini merupakan vektor kolom yang entrinya merupakan populasi wanita Kabupaten Situbondo tahun 2020 pada masing-masing kelas umur, yaitu:

$$n(0) = \begin{bmatrix} 21.274 \\ 22.217 \\ 22.805 \\ 26.136 \\ 25.662 \\ 24.578 \\ 24.535 \\ 25.421 \\ 25.918 \\ 26.456 \\ 26.657 \\ 24.213 \\ 21.626 \\ 13.706 \\ 9.831 \\ 10.232 \end{bmatrix}$$

4. Menghitung Nilai Tingkat Kesuburan Wanita (a_l)

Nilai tingkat kesuburan wanita diperoleh dengan menggunakan persamaan:

$$a_l = \frac{A_l}{n_l(t)}$$

Sehingga diperoleh:

$$a_1 = \frac{A_1}{n_1(0)} = \frac{0}{21.274} = 0 \qquad a_2 = \frac{A_2}{n_2(0)} = \frac{0}{22.217} = 0$$

$$\begin{aligned}
 a_3 &= \frac{A_3}{n_3(0)} = \frac{9}{22.805} = 0,0004 & a_4 &= \frac{A_4}{n_4(0)} = \frac{339}{26.136} = 0,0130 \\
 a_5 &= \frac{A_5}{n_5(0)} = \frac{2.309}{25.662} = 0,090 & a_6 &= \frac{A_6}{n_6(0)} = \frac{3.803}{24.578} = 0,1547 \\
 a_7 &= \frac{A_7}{n_7(0)} = \frac{1.326}{24.535} = 0,0540 & a_8 &= \frac{A_8}{n_8(0)} = \frac{978}{25.421} = 0,0385 \\
 a_9 &= \frac{A_9}{n_9(0)} = \frac{0}{25.918} = 0 & a_{10} &= \frac{A_{10}}{n_{10}(0)} = \frac{0}{26.456} = 0 \\
 a_{11} &= \frac{A_{11}}{n_{11}(0)} = \frac{0}{26.657} = 0 & a_{12} &= \frac{A_{12}}{n_{12}(0)} = \frac{0}{24.213} = 0 \\
 a_{13} &= \frac{A_{13}}{n_{13}(0)} = \frac{0}{21.626} = 0 & a_{14} &= \frac{A_{14}}{n_{14}(0)} = \frac{0}{13.706} = 0 \\
 a_{15} &= \frac{A_{15}}{n_{15}(0)} = \frac{0}{9.831} = 0 & a_{16} &= \frac{A_{16}}{n_{16}(0)} = \frac{0}{10.232} = 0.
 \end{aligned}$$

5. Menghitung Nilai Tingkat Ketahanan Hidup Wanita (b_l)

Nilai tingkat ketahanan wanita diperoleh dengan menggunakan persamaan:

$$b_l = \frac{n_{l+1}(t+1)}{n_l(t)}.$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{n_2(t+1)}{n_1(t)} = \frac{20.850}{21.274} = 0,9801 & b_2 &= \frac{n_3(t+1)}{n_2(t)} = \frac{21.083}{22.217} = 0,9489 \\
 b_3 &= \frac{n_4(t+1)}{n_3(t)} = \frac{25.261}{22.805} = 1,11 \approx 1 & b_4 &= \frac{n_5(t+1)}{n_4(t)} = \frac{24.938}{26.136} = 0,9542 \\
 b_5 &= \frac{n_6(t+1)}{n_5(t)} = \frac{24.669}{25.662} = 0,9613 & b_6 &= \frac{n_7(t+1)}{n_6(t)} = \frac{25.487}{24.578} = 1,0369 \approx 1 \\
 b_7 &= \frac{n_8(t+1)}{n_7(t)} = \frac{25.827}{24.535} = 1,0527 \approx 1 & b_8 &= \frac{n_9(t+1)}{n_8(t)} = \frac{25.930}{25.421} = 1,02 \approx 1 \\
 b_9 &= \frac{n_{10}(t+1)}{n_9(t)} = \frac{26.560}{25.918} = 1,0248 \approx 1 & b_{10} &= \frac{n_{11}(t+1)}{n_{10}(t)} = \frac{26.297}{26.456} = 0,9940 \\
 b_{11} &= \frac{n_{12}(t+1)}{n_{11}(t)} = \frac{24.129}{26.657} = 0,9052 & b_{12} &= \frac{n_{13}(t+1)}{n_{12}(t)} = \frac{22.625}{24.213} = 0,9344 \\
 b_{13} &= \frac{n_{14}(t+1)}{n_{13}(t)} = \frac{15.451}{21.626} = 0,7145 & b_{14} &= \frac{n_{15}(t+1)}{n_{14}(t)} = \frac{11.519}{13.706} = 0,8404 \\
 b_{15} &= \frac{n_{16}(t+1)}{n_{15}(t)} = \frac{11.282}{9.831} = 1,15 \approx 1.
 \end{aligned}$$

6. Mengonstruksi Matriks Leslie

Setelah diperoleh nilai-nilai a_l dan b_l , maka nilai-nilai tersebut digunakan untuk mengkonstruksi matriks Leslie yang berupa matriks persegi dengan ukuran 16×16 sebagai berikut:

$$L = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0,0004 & 0,0130 & 0,090 & 0,1547 & 0,0540 & 0,0385 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0,9801 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0,9489 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0,9542 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9613 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9940 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9052 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9344 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7145 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8404 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}$$

7. Menghitung Estimasi Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo Tahun 2023

Estimasi populasi menggunakan matriks Leslie diperoleh dengan menggunakan Persamaan (1) yaitu sebagai berikut:

$$n(3) = L^3 n(0)$$

$$n(3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,0004 & 0,0130 & 0,090 & 0,1547 & 0,0540 & 0,0385 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9801 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9489 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9542 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9613 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9940 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9052 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9344 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7145 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8404 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \begin{bmatrix} 21.274 \\ 22.217 \\ 22.805 \\ 26.136 \\ 25.662 \\ 24.578 \\ 24.535 \\ 25.421 \\ 25.918 \\ 26.456 \\ 26.657 \\ 24.213 \\ 21.626 \\ 13.706 \\ 9.831 \\ 10.232 \end{bmatrix}$$

$$n(3) = \begin{bmatrix} 8.228 \\ 8.466 \\ 8.151 \\ 19.785 \\ 20.116 \\ 20.918 \\ 23.974 \\ 24.669 \\ 24.578 \\ 24.535 \\ 25.269 \\ 23.320 \\ 22.243 \\ 16.110 \\ 13.585 \\ 12.986 \end{bmatrix}$$

Vektor kolom $n(3)$ dapat dituliskan kembali dalam bentuk tabel seperti pada Tabel 5 berikut:

Tabel 5. Estimasi Populasi Wanita Kabupaten Situbondo Tahun 2023

Rentang Umur	Estimasi Populasi Wanita 2023	Rentang Umur	Estimasi Populasi Wanita 2023
0-4	8.228	40-44	24.578
5-9	8.466	45-49	24.535
10-14	8.151	50-54	25.269
15-19	19.785	55-49	23.320
20-24	20.116	60-64	22.243
25-29	20.918	65-69	16.110
30-34	23.974	70-74	13.585
35-39	24.669	75+	12.986

8. Menentukan Nilai Eigen

Nilai eigen diperoleh dengan menggunakan persamaan:

$$\det(\lambda I - A) = 0$$

maka,

$$\lambda I - L = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & -0,0004 & -0,0130 & -0,090 & -0,1547 & -0,0540 & -0,0385 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,9801 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,9489 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,9542 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9613 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9940 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9052 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9344 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7145 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,8404 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \lambda \end{pmatrix}$$

diperoleh persamaan karakteristik berupa $\det(\lambda I - A) = 0$ yaitu:

$$0,9912635986\lambda^{16} - 9,675057796 \cdot 10^9\lambda^6 + 2,605010817 \cdot 10^9\lambda^7 - 5,194022235 \cdot 10^8\lambda^8 + 7,761350918 \cdot 10^7\lambda^9 - 8,718748896 \cdot 10^6\lambda^{10} + 7,321741920 \cdot 10^5\lambda^{11} - 45237,25814\lambda^{12} + 1994,287140\lambda^{13} - 59,31905170\lambda^{14} + 1,066014654\lambda^{15} - 4,869422513 \cdot 10^{10}\lambda^4 + 2,600887434 \cdot 10^{10}\lambda^5 + 1,263808168 \cdot 10^{10}\lambda + 5,946712149 \cdot 10^{10}\lambda^3 - 4,189998681 \cdot 10^{10}\lambda^2 = 0$$

dengan nilai-nilai eigen yang diperoleh yaitu:

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0, \lambda_4 = 0, \lambda_5 = 0, \lambda_6 = 0, \lambda_7 = 0, \lambda_8 = 0, \lambda_9 = 0,822923894018212, \lambda_{10} = 0,404134481091049 + 0,630755971641907i, \lambda_{11} = 0,404134481091049 - 0,630755971641907i, \lambda_{12} = -0,667688379850824, \lambda_{13} = -0,407241156066558 + 0,494053940417843i, \lambda_{14} = -0,407241156066558 - 0,494053940417843i, \lambda_{15} = -0,0745110821081863 + 0,504267093434348i, \lambda_{16} = -0,0745110821081863 - 0,504267093434348i.$$

9. Menentukan Nilai Eigen Dominan

Nilai-nilai eigen yang diperoleh yaitu berupa bilangan-bilangan riil dan kompleks. *Magnitude* dari bilangan riil merupakan nilai mutlak dari bilangan riil itu sendiri. Sedangkan, *magnitude* dari bilangan kompleks diperoleh dengan $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, untuk suatu bilangan kompleks $z = x + yi$ di mana $x, y \in \mathbb{R}$. Diperoleh $\lambda_9 = 0,822923894018212 > \lambda_i$ untuk semua nilai $i = 1, \dots, 8, 10, \dots, 16$. Menggunakan notasi nilai eigen dominan, maka $\lambda_1 = 0,822923894018212$. Oleh karena $\lambda_1 < 1$, maka laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 cenderung mengalami penurunan. Laju pertumbuhan yang menurun sebanding dengan perolehan estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 yang lebih sedikit dibandingkan dengan populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2020 dan tahun 2021

KESIMPULAN

Diperoleh estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 sebanyak 296.933 wanita yang dalam penelitian ini terklasifikasikan menjadi 16 kelas umur dengan interval umur yang sama yaitu lima tahun. Populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 mengindikasikan bahwa terjadi penurunan populasi wanita pada tahun tersebut dibandingkan dari tahun 2020. Penurunan populasi tersebut sebanding dengan perolehan perhitungan laju pertumbuhan populasi dengan nilai eigen dominan yaitu $\lambda_1 = 0,822923894018212$. Oleh karena $\lambda_1 < 1$ maka laju pertumbuhan populasinya cenderung mengalami penurunan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, H., & Rorres, C, Aljabar Linier Elementer Versi Aplikasi. Edisi kedelapan. Erlangga, 2004.
- [2] Corazon, C. M., Muda, Y., & Hasanah, N, Aplikasi Matriks Leslie Untuk Memprediksi Jumlah Dan Laju Pertumbuhan Perempuan Di Provinsi Riau Pada Tahun 2017. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistik*, 2(I), 2016.
- [3] Pratama, Y., Prihandono, B., & Kusumastuti, N, Aplikasi Matriks Leslie Untuk Memprediksi Jumlah Dan Laju Pertumbuhan Suatu Populasi. *Bimaster*, 2(03), 163–172, 2013.
- [4] Maryati, A., & Supian, S, "Application of the Leslie Matrix to Predict the Number and Growth Rate of Women in West Java 2021". *International Journal of Quantitative Research and Modeling*, 2(1), 11–23, 2021.
- [5] Sanusi, W., Sukarna, S., & Ridiawati, N, Matriks Leslie dan Aplikasinya dalam Memprediksi Jumlah dan Laju pertumbuhan Penduduk di Kota Makassar. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, 1(2), 142, 2019.
- [6] Anggreini, D., & Hastari, R. C, Penerapan matriks Leslie pada angka kelahiran dan harapan hidup wanita di Provinsi Jawa Timur. *Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(2), 109–122, 2017.
- [7] Anton, H., & Rorres, C, "Elementary Linear Algebra". 11th ed., Vol. 4, Issue 1. WileyPLUS, 2013.
- [8] Anton, H., Rorres, C., & Kaul, A, "Elementary Linear Algebra". Edition ke-12. Wiley, 2019.
- [9] Gubner, J. A, "Magnitude and Phase of Complex Numbers". 0, 6–8. 2017.
- [10] Leslie, P. H, "Some Further Notes on the Use of Matrices in Population Mathematics. *Biometrika*". 35(3/4), 1948.
- [11] Montshiwa, M. I., Sciences, M., & Sherwell, D, "Leslie Matrix Model in Population Dynamics". 2007.
- [12] Wong, J, "Finding eigenvalues : The power method". 1–16. 2019.
- [13] Farokhi, I, Penerapan Matriks Leslie pada Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina (Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen). Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, 2021.
- [14] Kolman, B., & Hill, D. R, "Elementary Linear algebra with Applications". *Ninth Edition*. 1–708, 2007.
- [15] Yulawati, A., Listiawati, M., Santosa, Y., & Thohari, A. M, "Optimum sustainable population estimation of Rusa timorensis in Pananjung Pangandaran nature reserve and natural park". *Journal of Physics: Conference Series*, 1402(3), 2019.