Jurnal Riset Mahasiswa Matematika
Volume 4(1) (2024), Pages 26-32
p-ISSN: 2808-1552; e-ISSN: 2808-4926

Himpunan Buka Infra, Interior Infra, dan Himpunan i-Genuine

Nurus Shubhiyyah Ismail*, Dian Maharani

Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Indonesia

csnurus@gmail.com*, dian.maharani@mat.uin-malang.ac.id

Abstrak

Penelitian ini mengkaji sifat-sifat himpunan buka infra dan interior infra dalam ruang topologi infra. Tidak seperti topologi biasa, topologi infra memiliki karakteristik unik di mana gabungan dari sebarang koleksi anggotanya belum tentu merupakan topologi infra. Hal ini menyebabkan perbedaan dalam sifat-sifat himpunan buka infra dan interior infra dibandingkan dengan himpunan buka dan interior dalam topologi biasa. Tujuan utama penelitian ini adalah membuktikan sifat-sifat himpunan buka infra dan interior infra pada ruang topologi infra. Selain itu, penelitian ini juga mencakup pembuktian sifat-sifat dasar dari konsep lain dalam topologi infra, seperti himpunan *i-genuine*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa interior infra dari $A \subseteq X$ adalah himpunan buka infra terbesar yang termuat di A pada ruang topologi infra (X, τ_{iX}) jika A adalah himpunan *i-genuine*. Selain itu, ditemukan bahwa jika $A \in \tau_{iX}$, maka $iInt(A) \in \tau_{iX}$ dan $iInt(A) = A$, $iInt(A \cap B) = iInt(A) \cap iInt(B)$, setiap singleton adalah himpunan *i-genuine*, dan jika $iInt(A) = A$, maka A bisa jadi himpunan buka infra atau tidak. Penelitian ini juga membahas hubungan antara himpunan *i-genuine* dan *non-i-genuine* dalam ruang topologi infra terkait dengan gabungan dan irisannya. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat serta menjadi referensi tambahan bagi penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan himpunan buka infra dan interior infra.

Kata kunci: himpunan buka infra; interior infra; ruang topologi infra; himpunan *i-genuine*

Abstract

This research examines the properties of infra open set and infra interior in infra topological space. Unlike ordinary topology, infra topology has a unique characteristic where the union of any collection of its members is not necessarily an infra topology. This leads to differences in the properties of infra open sets and infra interiors compared to open sets and interiors in ordinary topology. The main objective of this research is to prove the properties of infra open sets and infra interiors on infra topological spaces. In addition, this research also includes the prove of basic properties of other concepts in infra topology, such as the i-genuine set. The results show that the interior infra of $A \subseteq X$ is the largest open infra set contained in A on the infra topological space (X, τ_{iX}) if A is an i-genuine set. Moreover, it is found that if $A \in \tau_{iX}$, then $iInt(A) \in \tau_{iX}$ and $iInt(A) = A$, $iInt(A \cap B) = iInt(A) \cap iInt(B)$, every singleton is an i-genuine set, and if $iInt(A) = A$, then A is either an infra-open set or not. This research also discusses the relationship between i-genuine and non-i-genuine sets in infra topological space related to their union and intersection. This research is expected to provide benefits and become an additional reference for further research related to the set of open infra and interior infra.

Keywords: infra open sets; infra interiors; infra topological spaces; i-genuine sets

PENDAHULUAN

Ruang topologi pertama kali didefinisikan oleh Felix Hausdorff pada tahun 1914 [1]. Ruang topologi adalah pasangan $(X, \mathcal{T})$, di mana X adalah himpunan tak kosong dan $\mathcal{T}$ adalah koleksi himpunan bagian dari X yang memenuhi kriteria tertentu, seperti yang diuraikan oleh Singh pada [2]. Penelitian dalam topologi telah berkembang pesat. Pada tahun 1940an, [3] memperkenalkan pre-topologi. Setelahnya, pada 1960, Levine mengenali beberapa kelas himpunan yang mempunyai sifat lebih lemah daripada himpunan terbuka biasa pada [4], di

Submitted: 11 Oktober 2023 Reviewed: 4 Januari 2024 Accepted: 16 September 2024
Doi: http://dx.doi.org/10.18860/jrmm.v4i1.30022

antaranya yaitu himpunan $\alpha-, semi-, pre-$ dan $\beta-$ buka. Kemudian, pada 1980, Masshour [5] memperkenalkan konsep-konsep baru seperti ruang topologi supra, yang membahas berbagai konsep termasuk interior, tutupan, eksterior, dan sifat-sifat himpunan lainnya dalam ruang topologi supra. Pada dekade selanjutnya, [6] meneliti mengenai koleksi tertutup hanya pada gabungan arbitrer. Dan selanjutnya [7] mendefinisikan secara sederhana sebagai koleksi himpunan bagian arbitrer. Hampir setiap kerangka ini dilengkapi dengan pengertian yang serupa dengan pengertian kontinuitas, konvergensi, filter, kepadatan, kekompakan, keterhubungan atau bahkan kelompok topologi. Kemudian, [8] membahas struktur lain selain yang telah dibahas oleh [7]. Selanjutnya, ruang topologi infra diperkenalkan oleh [9] yang menambahkan dimensi baru dalam studi topologi dengan memperkenalkan himpunan buka infra, himpunan tutup infra, interior infra, dan lainnya. Kemudian, konsep tersebut diteliti oleh penulis yang sama, pada [10]. Dan belakangan, muncul juga jurnal-jurnal dari penulis lain, misal pada [11], [12], [13], [14] dan [15]. Kemudian Witczak pada [16] memperbaiki dan memperjelas beberapa definisi dan teorema asli yang memiliki ketidaktepatan [9].

Beberapa sifat yang telah diuraikan oleh Witczak [16], beberapa di antaranya sifat-sifat himpunan buka infra dan interior infra dalam ruang topologi infra belum dijelaskan secara mendetail. Penelitian ini bertujuan untuk mengisi celah tersebut dengan memfokuskan pada ruang topologi infra. Secara khusus, penelitian ini akan membuktikan sifat-sifat himpunan buka infra dan interior infra pada ruang topologi infra. Topologi infra, disimbolkan sebagai τ_{iX}, pada himpunan tak kosong X adalah koleksi himpunan bagian dari X yang memenuhi kriteria yang telah diuraikan oleh [9]. Dengan mendetailkan sifat-sifat ini, penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi signifikan bagi pemahaman lebih lanjut mengenai topologi infra, serta memberikan referensi tambahan bagi peneliti lainnya.

METODE PENELITIAN

Tahapan yang perlu dilakukan untuk melakukan penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Mengkaji definisi ruang topologi, ruang topologi infra, himpunan buka infra dan interior infra.
2. Mendefinisikan sifat-sifat himpunan buka infra dan interior infra pada ruang topologi infra.
3. Membuktikan sifat-sifat himpunan buka infra dan interior infra pada ruang topologi infra.
4. Membuktikan teorema gabungan dan irisan dua topologi infra.
5. Membuktikan himpunan buka infra terbesar.
6. Mendefinisikan hubungan antara himpunan buka infra dengan himpunan *i-genuine* dan interior infra.
7. Membuktikan jika A adalah himpunan buka infra, maka A adalah himpunan *i-genuine*.
8. Membuktikan jika A adalah himpunan buka infra, maka $iInt(A) = A$, tidak berlaku sebaliknya.
9. Membuktikan bahwa $iInt(A \cap B) = iInt(A) \cap iInt(B)$.
10. Membuktikan bahwa setiap singleton adalah himpunan *i-genuine*.
11. Membuktikan jika $iInt(A) = A$, maka A adalah himpunan buka infra atau tidak.
12. Membuktikan hubungan antara himpunan i-genuine dan *non-i-genuine* mengenai gabungan dan irisannya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Teorema 3.1

Jika τ_{iX} dan μ_{iX} adalah dua topologi infra yang berbeda pada himpunan tak kosong X, maka:

(a) $\tau_{iX} \cap \mu_{iX}$ adalah topologi infra pada X.
(b) $\tau_{iX} \cup \mu_{iX}$ belum tentu topologi infra pada X.

Bukti

Diketahui bahwa τ_{iX} adalah topologi infra pada himpunan X yang berarti bahwa τ_{iX} adalah koleksi himpunan bagian dari X yang memenuhi:

(i) $\emptyset, X \in \tau_{iX}$.
(ii) $\forall j, 1 \leq j \leq n, A_j \in \tau_{iX}$, maka $\bigcap A_j \in \tau_{iX}, \forall j$.

Dan diketahui bahwa μ_{iX} adalah topologi infra pada himpunan X yang berarti bahwa μ_{iX} adalah koleksi himpunan bagian dari X yang memenuhi:

(i) $\emptyset, X \in \mu_{iX}$
(ii) $\forall k, 1 \leq k \leq m, B_k \in \mu_{iX}$, maka $\bigcap B_k \in \mu_{iX}, \forall k$.

Maka benar bahwa τ_{iX} dan μ_{iX} adalah topologi infra pada X.
Selanjutnya,

(a) Akan ditunjukkan bahwa $\tau_{iX} \cap \mu_{iX}$ adalah topologi infra pada X.
Dari (i), diperoleh $\emptyset, X \in \tau_{iX}$ dan $\emptyset, X \in \mu_{iX}$, maka $\emptyset$ dan X disebut himpunan buka infra. Selanjutnya, berdasarkan definisi irisan dalam teori himpunan [17], maka $\emptyset, X \in \tau_{iX} \cap \mu_{iX}$. Sehingga, $\tau_{iX} \cap \mu_{iX}$ memenuhi kondisi (i) dalam definisi ruang topologi infra. Kemudian ambil sebarang $C_l \in \tau_{iX} \cap \mu_{iX}, 1 \leq l \leq o, \forall l$. Ini berarti bahwa $\forall l, C_l \in \tau_{iX}$ dan $\forall l, C_l \in \mu_{iX}$.
Selanjutnya, karena $C_l \in \tau_{iX}, \forall l$, berdasarkan sifat dari himpunan buka infra bahwa untuk sebarang irisan dari himpunan buka infra merupakan himpunan buka infra [9], maka $\bigcap C_l \in \tau_{iX}, \forall l$.
Berlaku juga pada $C_l \in \mu_{iX}, \forall l$ maka $\bigcap C_l \in \mu_{iX}, \forall l$.
Karena $\bigcap C_l \in \tau_{iX}$ dan $\bigcap C_l \in \mu_{iX}$, maka berdasarkan definisi irisan dalam teori himpunan, diperoleh $\bigcap C_l \in \tau_{iX} \cap \mu_{iX}$. Sehingga, $\tau_{iX} \cap \mu_{iX}$ memenuhi kondisi (ii) dalam definisi ruang topologi infra.
Oleh karena itu, benar bahwa $\tau_{iX} \cap \mu_{iX}$ adalah topologi infra pada X.

(b) Akan ditunjukkan bahwa $\tau_{iX} \cup \mu_{iX}$ belum tentu topologi infra pada X.
Dari (i) diperoleh $\emptyset, X \in \tau_{iX}$ dan $\emptyset, X \in \mu_{iX}$, maka pasti $\emptyset \in \tau_{iX} \cup \mu_{iX}$ karena setiap himpunan pasti terdapat himpunan kosong ($\emptyset$) di dalamnya. Kemudian, $X \in \tau_{iX} \cup \mu_{iX}$ juga karena τ_{iX} dan μ_{iX} adalah koleksi himpunan bagian dari X, sehingga X pasti ada pada gabungannya juga. Maka diperoleh $\emptyset, X \in \tau_{iX} \cup \mu_{iX}$. Sehingga, $\tau_{iX} \cup \mu_{iX}$ memenuhi kondisi (i) dalam definisi ruang topologi infra.
Kemudian, ambil sebarang $D_h \in \tau_{iX} \cup \mu_{iX}, 1 \leq h \leq p, \forall h$. Ini berarti bahwa $\forall h, D_h \in \tau_{iX}$ atau $\forall h, D_h \in \mu_{iX}$.
Selanjutnya, karena $D_h \in \tau_{iX}, \forall h$, berdasarkan sifat dari himpunan buka infra bahwa untuk sebarang irisan dari himpunan buka infra merupakan himpunan buka infra [9], maka $\bigcap D_h \in \tau_{iX}, \forall h$.
Berlaku juga pada $D_h \in \mu_{iX}, \forall h$ maka $\bigcap D_h \in \mu_{iX}, \forall h$.
Namun, meskipun $\bigcap D_h \in \tau_{iX}$ dan $\bigcap D_h \in \mu_{iX}$, berdasarkan definisi gabungan pada teori himpunan, $\bigcap D_h$ belum tentu ada pada $\tau_{iX} \cup \mu_{iX}$. Sehingga $\tau_{iX} \cup \mu_{iX}$ tidak memenuhi kondisi (ii) dalam definisi ruang topologi infra.
Oleh karena itu, benar bahwa $\tau_{iX} \cup \mu_{iX}$ belum tentu topologi infra pada X.

Lemma 3.2 Himpunan Buka Infra Terbesar

Misalkan (X, τ_{iX}) adalah ruang topologi infra dan $A \subseteq X$ adalah himpunan *i-genuine.* $iInt(A)$

adalah himpunan buka infra terbesar yang termuat di A ($iInt(A) \subseteq A$).

Bukti

Diketahui τ_{iX} adalah topologi infra pada X. Artinya $\emptyset, X \in \tau_{iX}$ dan untuk sebarang $A_j \in \tau_{iX}$, $1 \leq j \leq n$ berlaku $\bigcap A_j \in \tau_{iX}, \forall j$.

Selain itu, diketahui $A \subseteq X$ adalah himpunan *i-genuine*. Artinya $iInt(A)$ adalah himpunan buka infra. Dengan kata lain,

$$iInt(A) = \bigcup\{O \subseteq X : O \in \tau_{iX}, O \subseteq A\} \in \tau_{iX}.$$

Andaikan $M \subseteq X$, $M \subseteq A$ adalah himpunan buka infra yang lebih besar daripada $iInt(A)$, artinya $iInt(A) \subseteq M \subseteq A$,

$$iInt(A) = \bigcup\{O \subseteq X : O \in \tau_{iX}, O \subseteq A\} \subseteq M \subseteq A \in \tau_{iX}.$$

Karena M himpunan buka infra, artinya $M \in \tau_{iX}$.

Sedangkan jika berdasarkan definisi interior infra ($iInt$), haruslah $M \subseteq iInt(A)$.

Jadi, $iInt(A)$ adalah himpunan buka infra terbesar yang termuat dalam A ($iInt(A) \subseteq A$).

Lemma 3.3 Hubungan antara Himpunan Buka Infra dengan Himpunan *i-genuine* dan Interior Infra

Misalkan (X, τ_{iX}) adalah ruang topologi infra dan $A, B \subseteq X$. Maka:

1. Jika A adalah himpunan buka infra, maka A juga merupakan himpunan *i-genuine*, yaitu $\tau_{iX} \subseteq ig\tau_{iX}$.
2. Jika A adalah himpunan buka infra, maka $iInt(A) = A$. Tidak berlaku sebaliknya.
3. $iInt(A \cap B) = iInt(A) \cap iInt(B)$.
4. Setiap *singleton* adalah himpunan *i-genuine*.
5. Jika $iInt(A) = A$, maka A adalah himpunan buka infra atau jika tidak, maka A bukan himpunan *i-genuine*.

Bukti

Diketahui τ_{iX} adalah topologi infra di X dan $A, B \subseteq X$. Artinya $\emptyset, X \in \tau_{iX}$, dan untuk sebarang $1 \leq j \leq n, A_j \in \tau_{iX}$ maka $\bigcap A_j \in \tau_{iX}, \forall j$.

1. Asumsikan A adalah himpunan buka infra, artinya $A \in \tau_{iX}$.
   Akan ditunjukkan bahwa A adalah himpunan *i-genuine*. Dengan kata lain, $iInt(A)$ adalah himpunan buka infra.
   Lalu, A dikatakan himpunan *i-genuine*, jika dan hanya jika $iInt(A)$ adalah himpunan buka infra.
   $$iInt(A) = \bigcup\{O \subseteq X : O \in \tau_{iX}, O \subseteq A\} \in \tau_{iX}.$$
   Karena diketahui $A \in \tau_{iX}$, maka O yang memenuhi persyaratan $\{O \subseteq X : O \in \tau_{iX}, O \subseteq A\}$, haruslah merupakan himpunan buka infra yang juga merupakan himpunan bagian dari A.
   Itu artinya $iInt(A) = \bigcup\{O \subseteq X : O \in \tau_{iX}, O \subseteq A\} \in \tau_{iX}$ juga.
   Karena $iInt(A) \in \tau_{iX}$, maka A disebut himpunan *i-genuine*. Karena $\forall A \in \tau_{iX}, A$ juga himpunan *i-genuine*, maka berlaku $\tau_{iX} \subseteq ig\tau_{iX}$.
2. Asumsikan A adalah himpunan buka infra, artinya $A \in \tau_{iX}$.
   Maka terdapat $O \subseteq A$ dengan $O \subseteq X$ dan $O \in \tau_{iX}$.
   $iInt(A) = \bigcup\{O \subseteq X : O \in \tau_{iX}, O \subseteq A\}$, karena diketahui $A \in \tau_{iX}$, maka berdasarkan Lemma 4.2(1), $iInt(A) \in \tau_{iX}$.
   Oleh karena itu, dengan O yang memenuhi persyaratan $\{O \subseteq X : O \in \tau_{iX}, O \subseteq A\}$, maka $O \subseteq iInt(A)$.
   Lalu, berdasarkan Lemma 3.2, jika $iInt(A) \in \tau_{iX}$, maka $iInt(A) \subseteq A$, sehingga $O \subseteq iInt(A) \subseteq A$.

Karena $O \subseteq iInt(A) \subseteq A$, maka $iInt(A)$ adalah himpunan buka infra terbesar yang termuat di A. Oleh karena itu, $iInt(A) = A$.

3. Akan ditunjukkan bahwa $iInt(A \cap B) \subseteq iInt(A) \cap iInt(B)$.
   Misalkan $x \in iInt(A \cap B)$. Berdasarkan definisi interior infra, maka terdapat himpunan buka infra $O \subseteq X, O \in \tau_{iX}, O \subseteq (A \cap B)$, sedemikian hingga $x \in O \subseteq (A \cap B)$.
   Karena $O \subseteq (A \cap B)$, maka $O \subseteq A$ dan $O \subseteq B$.
   Dan karena $O \subseteq A, O \in \tau_{iX}$, berdasarkan definisi interior infra, maka $O \subseteq iInt(A)$.
   Demikian juga karena $O \subseteq B, O \in \tau_{iX}$, maka $O \subseteq iInt(B)$.
   Maka, $O \subseteq iInt(A) \cap iInt(B)$, sehingga, $x \in iInt(A) \cap iInt(B)$.
   Dengan demikian, $iInt(A \cap B) \subseteq iInt(A) \cap iInt(B)$.
   Selanjutnya, akan ditunjukkan bahwa $iInt(A) \cap iInt(B) \subseteq iInt(A \cap B)$.
   Misalkan $y \in iInt(A) \cap iInt(B)$, maka $y \in iInt(A)$ dan $y \in iInt(B)$.
   Berdasarkan definisi interior infra, terdapat himpunan buka infra $O_A \subseteq X$ dan $O_B \subseteq X$, sedemikian hingga: $y \in O_A \subseteq A$ dan $y \in O_B \subseteq B$.
   Karena $y \in O_A$ dan $y \in O_B$, maka $y \in O_A \cap O_B$.
   $O_A, O_B \in \tau_{iX}$, maka $O_A \cap O_B \in \tau_{iX}$ juga, karena irisan dari himpunan buka infra adalah himpunan buka infra berdasarkan Teorema 2.2(2) di [9].
   Karena $O_A \cap O_B \in \tau_{iX}$, dan $y \in O_A \cap O_B$, serta $O_A \cap O_B \subseteq A \cap B$, maka $y \in O_A \cap O_B \subseteq A \cap B$ dan $y \in iInt(A \cap B)$.
   Dengan demikian, $iInt(A) \cap iInt(B) \subseteq iInt(A \cap B)$.
   Berdasarkan kedua pembuktian di atas, diperoleh
   $iInt(A \cap B) \subseteq iInt(A) \cap iInt(B)$ dan $iInt(A) \cap iInt(B) \subseteq iInt(A \cap B)$.
   Maka benar bahwa $iInt(A \cap B) = iInt(A) \cap iInt(B)$.
4. Singleton artinya himpunan yang hanya memiliki 1 anggota, yaitu dirinya sendiri.
   Jika $\{a\}$ adalah anggota τ_{iX}, maka berdasarkan Lemma 3.3(1), jelas bahwa $\{a\}$ adalah himpunan *i-genuine*.
   Jika $\{a\}$ bukan anggota τ_{iX}, Maka interior infra dari $\{a\}$ adalah $\emptyset$. Dan $\emptyset$ adalah anggota τ_{iX}. Akibatnya, $\{a\}$ tersebut adalah himpunan *i-genuine*. Dan $\emptyset$ adalah satu-satunya himpunan buka infra yang terdapat pada singleton $\{a\}$.
5. Diketahui (X, τ_{iX}) adalah ruang topologi infra dan $A \subseteq X$.
   Diketahui $iInt(A) = A$, artinya gabungan semua himpunan bagian dari A yang merupakan himpunan buka infra adalah himpunan A itu sendiri.
   Kemudian, akan dibuktikan bahwa A adalah himpunan buka infra, atau jika A bukan himpunan buka infra, maka A bukan himpunan *i-genuine*.
   Jika $iInt(A) \in \tau_{iX}$, maka jelas bahwa A adalah himpunan buka infra.
   Namun berdasarkan Teorema 2.2(3) di [9], dijelaskan bahwa A belum tentu himpunan buka infra, karena gabungan himpunan buka infra belum tentu merupakan himpunan buka infra juga.
   Oleh karena itu, jika $iInt(A) \notin \tau_{iX}$, maka A bukan himpunan buka infra, sehingga A bukanlah himpunan *i-genuine*.
   Jadi, benar bahwa jika $iInt(A) = A$, maka A adalah himpunan buka infra atau jika tidak, maka A bukan himpunan *i-genuine*.

Lemma 3.4 Hubungan antara Himpunan *I-genuine* dan *Non-I-genuine*

Pada umumnya, sifat-sifat dari himpunan *i-genuine* dan *non-i-genuine* berikut berlaku:

1. Ada dua himpunan *i-genuine* yang gabungannya bukan himpunan *i-genuine*.

2. Ada dua himpunan *non-i-genuine* yang gabungannya merupakan himpunan *i-genuine*.
3. Irisan dari dua himpunan *i-genuine* adalah himpunan *i-genuine*.
4. Ada dua himpunan *non-i-genuine* yang irisannya merupakan himpunan *i-genuine*.

Bukti

1. Ambil $X = \{p, q, r, s, t\}$ dan $\tau_{iX} = \{\emptyset, X, \{p\}, \{q\}, \{r\}, \{p, q\}\}$. Misalkan $A = \{p, q\}$ dan $B = \{r\}$. Keduanya adalah anggota τ_{iX}, yang berarti juga anggota $ig\tau_{iX}$. Sedangkan $iInt(A \cup B) = \{p, q\} \cup \{r\} = \{p, q, r\} \notin \tau_{iX}$. Dengan demikian, M bukanlah himpunan *i-genuine*.
2. Misalkan dengan (X, τ_{iX}) yang sama seperti di atas, ambil $A = \{q, r, s\}$ dan $B = \{p, r, s, t\}$. Jelas $iInt(A) = \{q, r\} \notin \tau_{iX}$ dan $iInt(B) = \{p, r\} \notin \tau_{iX}$. Namun, $A \cup B = X$ dan X adalah himpunan *i-genuine*.
3. Misalkan (X, τ_{iX}) adalah ruang topologi infra dan $A, B \in ig\tau_{iX}$. Maka $iInt(A) \in \tau_{iX}$ dan $iInt(B) \in \tau_{iX}$. Maka jelas bahwa $iInt(A \cap B) = iInt(A) \cap iInt(B) \in \tau_{iX}$. Maka, $A \cap B$ adalah himpunan *i-genuine*.
4. Ambil $X = \{p, q, r, s\}$ dan $\tau_{iX} = \{\emptyset, X, \{p\}, \{q\}, \{p, r\}\}$. Ambil $A = \{p, q, r\}$ dan $B = \{p, q, s\}$. Maka, $iInt(A) = \{p, q, r\} \notin \tau_{iX}$, sehingga $A \notin ig\tau_{iX}$. Dan juga $iInt(B) = \{p, q\} \notin \tau_{iX}$. Maka, $A \cap B = \{p, q\} \in \tau_{iX} \subseteq ig\tau_{iX}$.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa topologi infra adalah koleksi himpunan bagian dari X yang memenuhi dua persyaratan, yaitu himpunan kosong dan X ada di topologi infra τ_{iX}, dan untuk sebarang $j, 1 \leq j \leq n, A_j \in \tau_{iX}$, maka $\cap A_j \in \tau_{iX}, \forall j$. Di dalam ruang topologi infra terdapat himpunan buka infra, interior infra dan himpunan *i-genuine* maupun himpunan *non-i-genuine* yang memiliki beberapa sifat. Pada penelitian ini, penulis telah membuktikan sifat-sifat tersebut, di antaranya yaitu:

1. Himpunan buka infra terbesar yang termuat di A pada ruang topologi infra (X, τ_{iX}) yaitu interior infra dari A jika $A \subseteq X$ adalah himpunan *i-genuine*.
2. Hubungan antara himpunan buka infra dengan himpunan *i-genuine* dan interior infra pada ruang topologi infra (X, τ_{iX}), di antaranya yaitu jika $A \in \tau_{iX}$, maka $iInt(A) \in \tau_{iX}$ dan $iInt(A) = A$, $iInt(A \cap B) = iInt(A) \cap iInt(B)$, setiap singleton adalah himpunan *i-genuine*, dan jika $iInt(A) = A$, maka A bisa jadi himpunan buka infra atau tidak.
3. Hubungan antara himpunan *i-genuine* dan *non-i-genuine*, dimana membahas mengenai gabungan dan irisan dari kedua himpunan tersebut.

Sifat-sifat di atas, telah dibuktikan oleh penulis pada bab hasil dan pembahasan. Dan semua sifat tersebut telah terbukti dengan benar.

DAFTAR PUSTAKA

[1] L. Rodríguez, "Frigyes Riesz and the emergence of general topology. The roots of 'topological space' in geometry," *Arch. Hist. Exact Sci*, vol. 69, pp. 55–102, 2015, doi: 10.1007/s00407-014-0144-6.

[2] T. B. Singh, *Introduction to Topology*. 2019.

[3] G. Choquet, "Convergences," vol. 23, pp. 359–369, 1948.

[4] A. Piękosz, "Generalizations of Topological Spaces," no. March, 2017.

[5] S. A. Mashhour, A. A. Allam, F. S. Mahmoud, and F. H. Khedr, "on Supra Topological Spaces," *Indian J. Pure Apple. Math.*, vol. 14, no. January 1983, pp. 502–510, 2014, [Online].

Available: https://www.researchgate.net/publication/269262112_on_supra_topological_spaces.
[6] Ã. Császár, "Generalized topology, generalized continuity," *Acta Math. Hungarica*, vol. 96, no. 4, pp. 351–357, Sep. 2002, doi: 10.1023/A:1019713018007/METRICS.
[7] ávila Jesús and F. Molina, "Generalized Weak Structures," *Int. Math. Forum*, vol. 7, no. 52, pp. 2589–2595, 2012.
[8] R. Jamunarani, P. Jeyanthi, and T. Noiri, "On Generalized Weak Structures," *J. Algorithms Comput.*, vol. 47, pp. 21–26, 2016.
[9] A. M. Al-Odhari, "On Infra Topological Spaces," *Int. J. Math. Arch. EISSN 2229-5046*, vol. 6, no. 11, pp. 179–184, Dec. 2015, Accessed: Nov. 29, 2023. [Online]. Available: http://www.ijma.info/index.php/ijma/article/view/3949.
[10] A. M. Al-Odhari, "I-Continuous Functions and I*-Continuous Functions on Infra Topological Spaces," *Int. J. Math. Arch. EISSN 2229-5046*, vol. 7, no. 3, pp. 18–22, 2016.
[11] S. Dhanalakshmi and R. Devi, "On Generalized Regular Infra Closed Sets," *Int. J. Math. Arch.*, 2016.
[12] V. K and F. N. Irudayam, "Infra Generalized b-Closed Sets in Infra Topological Space," *Int. J. Math. Trends Technol.*, vol. 47, no. 1, pp. 56–65, 2017, doi: 10.14445/22315373/ijmtt-v47p508.
[13] T. M. Al-Shami, "Some results related to supra topological spaces," *J. Adv. Stud. Topol.*, vol. 7, no. 4, pp. 283–294, 2016, doi: 10.20454/jast.2016.1166.
[14] T. M. Al-Shami, Z. A. Ameen, R. Abu-Gdairi, and A. Mhemdi, "Continuity and separation axioms via infra-topological spaces," *J. Math. Comput. Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 213–225, 2023, doi: 10.22436/jmcs.030.03.03.
[15] D. Maharani, "Keterbatasan Operator Mikhlin di Ruang Grand Grand Morrey," *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 8, no. 2, p. 70, 2022, doi: 10.24014/jsms.v8i2.17156.
[16] T. Witczak, "Infra-Topologies Revisited: Logic and Clarification of Basic Notions," *Commun. Korean Math. Soc.*, vol. 37, no. 1, pp. 279–292, 2022, doi: 10.4134/CKMS.c200455.
[17] R. G. Bartle and D. R. Sherbert, *Introduction to Real Analysis*, 4th ed. 1927.