

Perbandingan Akurasi *Fuzzy Time Series* Chen Berbasis FCM dan *Fuzzy Time Series* Lee pada Peramalan Harga Batu Bara

Juliani¹, Evawati Alisah^{*1}, and Abdussakir²

¹*Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang*

²*Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang*

Abstrak

Fuzzy time series merupakan metode peramalan yang digunakan untuk menangani ketidakpastian data dengan menerapkan teori himpunan fuzzy. Penelitian ini membandingkan akurasi peramalan metode fuzzy time series Chen yang dimodifikasi menggunakan Fuzzy C-Means (FCM) dengan metode Lee dalam memprediksi harga batubara Indonesia periode Januari 2019 hingga Desember 2023. Modifikasi pada metode Chen dilakukan dengan membentuk interval fuzzy melalui FCM sehingga distribusi data dapat direpresentasikan secara lebih baik, sedangkan metode Lee menggunakan relasi logika fuzzy berbobot. Akurasi peramalan diukur menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Chen yang dimodifikasi menghasilkan nilai MAPE sebesar 2,56% dibandingkan 5,07% pada metode Lee. Temuan ini menunjukkan bahwa teknik klusterisasi seperti FCM dapat meningkatkan performa peramalan fuzzy time series. Hal ini berbeda dengan penelitian sebelumnya yang lebih banyak mendukung metode Lee, serta menekankan potensi konstruksi interval adaptif untuk memprediksi harga komoditas yang bersifat fluktuatif. Modifikasi yang diusulkan memberikan alternatif yang menjanjikan dalam meningkatkan akurasi prediksi pada deret waktu ekonomi.

Abstract

Fuzzy time series is a forecasting method that handles data uncertainty by applying fuzzy set theory. This study compares the forecasting accuracy of the Chen fuzzy time series method, modified using Fuzzy C-Means (FCM), and the Lee method in predicting Indonesian coal prices from January 2019 to December 2023. The Chen method is enhanced by generating fuzzy intervals through FCM to better reflect data distribution, while the Lee method uses weighted fuzzy logical relationships. Forecast accuracy is measured using Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The modified Chen method achieves a MAPE of 2.56% compared to 5.07% for the Lee method. These results show that clustering techniques like FCM can improve fuzzy time series forecasting. This contrasts with earlier studies that favored the Lee method and highlights the potential of adaptive interval construction for volatile commodity prices. The proposed modification offers a promising alternative for improving prediction accuracy in economic time series.

Keywords: Chen, Fuzzy C-means, fuzzy time series, Lee, MAPE.

Copyright © 2025 by Authors, Published by JRMM Group. This is an open access article under the CC BY-SA License (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0>)

^{*}**Corresponding author.** E-mail: evawatialisah@mat.uin-malang.ac.id

1 Pendahuluan

Peramalan memegang peran penting dalam pengambilan keputusan strategis pada sektor ekonomi, keuangan, industri, dan energi. Pada konteks yang kian dinamis, ketidakpastian meningkat akibat interaksi faktor politik, ekonomi global, iklim, serta perubahan perilaku pasar. Kondisi ini membuat data masa depan bersifat ambigu dan sering kali menantang bagi pendekatan peramalan konvensional yang mengasumsikan struktur data deterministik [1]. Diperlukan pendekatan yang mampu merepresentasikan dan mengelola ketidakpastian secara eksplisit.

Fuzzy Time Series (FTS) yang diperkenalkan oleh Song dan Chissom, berdasarkan teori himpunan fuzzy Zadeh (1965), menawarkan kerangka untuk memodelkan ketidakpastian melalui derajat keanggotaan pada rentang $[0, 1]$ [2]. Secara umum, FTS meliputi tahapan fuzzifikasi, pembentukan *Fuzzy Logical Relationship* (FLR), pengelompokan FLR menjadi *Fuzzy Logical Relationship Group* (FLRG), dan defuzzifikasi. Di antara berbagai varian FTS, model Chen (1996) banyak digunakan karena kesederhanaannya, namun terbatas oleh pembentukan interval yang bersifat statis sehingga kurang adaptif terhadap distribusi data yang berubah [3]. Sementara itu, model Lee (2004) memperkenalkan pembobotan pada relasi fuzzy untuk meningkatkan ketepatan prediksi [4].

Studi-studi sebelumnya kerap melaporkan keunggulan FTS Lee dibanding FTS Chen pada beragam kasus, seperti peramalan harga emas [5], nilai tukar, dan produksi komoditas [6]. Meski demikian, performa FTS Chen berpotensi ditingkatkan apabila kelemahan kunci—yakni penentuan interval fuzzy—diatasi secara adaptif. Salah satu pendekatan yang menjanjikan ialah integrasi *Fuzzy C-Means* (FCM) untuk membentuk interval berdasarkan pola distribusi data historis, sehingga batas-batas interval tidak lagi statis melainkan mengikuti karakter data [7].

Sektor energi, khususnya komoditas batu bara, sangat membutuhkan peramalan yang akurat. Batu bara berperan strategis bagi perekonomian Indonesia sebagai sumber energi domestik dan komoditas ekspor. Fluktuasi harganya berdampak langsung pada stabilitas biaya pembangkitan listrik, perencanaan industri, serta neraca perdagangan [8], [9]. Dalam beberapa tahun terakhir, harga batu bara menunjukkan volatilitas tinggi akibat guncangan global seperti pandemi COVID-19, krisis energi, dan ketegangan geopolitik. Volatilitas ini menuntut model peramalan yang tangguh terhadap perubahan pola dan ketidakpastian.

Bertolak dari konteks di atas, penelitian ini memfokuskan pada komparasi akurasi FTS Chen yang dimodifikasi melalui pembentukan interval adaptif berbasis FCM dengan FTS Lee dalam peramalan harga batu bara Indonesia. Pertanyaan penelitian yang diajukan adalah: (1) bagaimana kinerja peramalan harga batu bara menggunakan FTS Chen berbasis FCM dan FTS Lee pada periode pengamatan yang sama, dan (2) metode manakah yang memberikan akurasi lebih baik berdasarkan indikator *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)?

Kontribusi artikel ini adalah tiga hal. Pertama, menyajikan formulasi operasional integrasi FCM pada tahap pembentukan interval FTS Chen untuk mengurangi bias interval statis. Kedua, menyediakan evaluasi komparatif yang ketat terhadap FTS Lee—metode yang dalam banyak studi dilaporkan unggul—sehingga memberikan gambaran yang lebih berimbang mengenai performa kedua pendekatan pada data harga komoditas yang volatil. Ketiga, memperlihatkan implikasi praktis dari konstruksi interval adaptif bagi peningkatan akurasi peramalan deret waktu ekonomi, khususnya pada kasus harga batu bara yang fluktuatif.

Artikel ini disusun sebagai berikut. Bagian 2 menguraikan data, FTS Chen berbasis FCM, FTS Lee, serta MAPE. Bagian 3 menyajikan analisis deskriptif, hasil pemodelan, dan perbandingan akurasi. Bagian 4 menutup dengan ringkasan temuan serta saran penelitian lanjutan.

2 Metode

Penelitian ini bersifat kuantitatif dengan menggunakan data sekunder. Sumber data adalah laman resmi Direktorat Jenderal Mineral dan Batu Bara, Kementerian Energi dan Sumber Daya

Mineral (KESDM) [10]. Variabel yang digunakan ialah *Harga Batubara Acuan* (HBA) bulanan di Indonesia pada periode Januari 2019 hingga Desember 2023 (60 observasi). Seluruh proses pemodelan diawali dengan pra-penentuan himpunan semesta (*universe of discourse*), diikuti dua skema pemodelan—FTS Chen berbasis FCM dan FTS Lee—serta dilengkapi prosedur evaluasi kinerja berbasis MAPE. Subbagian berikut menguraikan tahapan secara terstruktur.

2.1 Fuzzy Time Series (FTS) Chen Berbasis FCM

Model FTS Chen, diperkenalkan pada 1996 [11], merupakan varian FTS yang populer karena kesederhanaannya. Pada studi ini, kelemahan interval statis pada FTS Chen diatasi dengan konstruksi interval adaptif menggunakan *Fuzzy C-Means* (FCM). Alur lengkapnya adalah sebagai berikut.

Pembentukan himpunan semesta. Rentang nilai yang memayungi seluruh data ditetapkan sebagai

$$U = [D_{\min} - D_1; D_{\max} + D_2], \quad (1)$$

dengan $D_{\min}$ dan $D_{\max}$ masing-masing adalah nilai minimum dan maksimum data historis, sedangkan $D_1, D_2 > 0$ dipilih peneliti untuk memberikan *buffer* (opsional) di sisi bawah/atas rentang. Pemilihan D_1 dan D_2 yang kecil menjaga agar interval tidak terlalu melebar, namun tetap menangkap potensi *outlier*.

Pembentukan subinterval menggunakan FCM [12]. Tujuan tahap ini adalah menyusun partisi (subinterval) *fuzzy* yang adaptif terhadap distribusi data historis. Misalkan vektor data satu variabel disusun dalam matriks $X \in \mathbb{R}^{d \times e}$, dengan d jumlah observasi (di sini $d = 60$) dan e jumlah variabel (di sini $e = 1$).

- a. **Penentuan kandidat jumlah kluster.** Heuristik awal jumlah kluster minimum c dihitung dengan

$$c = \left\lceil \frac{|D_{\max} - D_{\min}|}{\left(\sum_{t=1}^{n-1} |X(t+1) - X(t)|^s / (n-1) \right)} \right\rceil, \quad (2)$$

dengan $X(t)$ nilai data pada waktu ke- t , $n = d$ jumlah titik data, dan $s > 0$ parameter kepekaan terhadap fluktuasi (semakin besar s , semakin sedikit kluster yang diusulkan). Nilai c ini menjadi inisiasi, bukan keputusan final—kriteria konvergensi dan validasi akan memastikan kecukupan partisi.

- b. **Inisialisasi parameter dan matriks keanggotaan.** Tetapkan parameter FCM: pangkat pembobot $m > 1$ (umumnya $m = 2$), batas iterasi, dan toleransi konvergensi $\varepsilon > 0$. Bentuk matriks keanggotaan awal $G = [g_{dk}] \in [0, 1]^{p \times c}$, dengan $p = d$ dan $k = 1, \dots, c$. Elemen g_{dk} diinisialisasi acak lalu dinormalisasi baris.
- c. **Normalisasi baris matriks keanggotaan.** Hitung jumlah baris

$$R_d = \sum_{k=1}^c g_{dk}, \quad 1 \leq d \leq p, \quad (3)$$

dan lakukan normalisasi

$$\mu_{dk} = \frac{g_{dk}}{R_d}, \quad (4)$$

sehingga setiap baris menjumlah ke 1. Simbol μ_{dk} menyatakan derajat keanggotaan data ke- d terhadap kluster ke- k setelah normalisasi.

- d. **Pembaruan pusat kluster.** Berikan bobot derajat keanggotaan berpangkat m untuk menghitung pusat kluster

$$w_{ke} = \frac{\sum_{d=1}^p (\mu_{dk})^m \cdot x_{de}}{\sum_{d=1}^p (\mu_{dk})^m}, \quad (5)$$

dengan x_{de} elemen ke- e dari observasi ke- d .

e. **Evaluasi fungsi objektif dan jarak.** Hitung jarak Euclidean data-pusat kluster

$$f_{dk} = f(x_d, w_k) = \left(\sum_{e=1}^q (x_{de} - w_{ke})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

dan fungsi objektif FCM

$$J_{m(t)} = \sum_{d=1}^p \sum_{k=1}^c (\mu_{dk})^m \cdot (f_{dk})^2. \quad (7)$$

f. **Pembaruan keanggotaan dan kriteria berhenti.** Perbarui keanggotaan (bobot *fuzzy*) menggunakan

$$g_{dk} = \left(\sum_{z=1}^c \left(\frac{f_{dk}}{f_{dz}} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1}. \quad (8)$$

Iterasi berhenti bila perubahan fungsi objektif cukup kecil:

$$|J_m(t) - J_m(t-1)| < \varepsilon, \quad (9)$$

atau batas iterasi tercapai. Nilai $J_m(t)$ adalah fungsi objektif pada iterasi ke- t .

g. **Induksi subinterval dari pusat kluster.** Urutkan pusat kluster terakhir $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_c$. Batas antar-subinterval ditetapkan pada titik tengah berurutan:

$$d_{(i,i+1)} = \frac{w_i + w_{i+1}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, k-1, \quad (10)$$

sehingga terbentuk $k = c$ subinterval *fuzzy* yang adaptif terhadap struktur data.

Fuzzifikasi. Setiap nilai historis dipetakan ke himpunan *fuzzy* A_i sesuai derajat keanggotaannya terhadap subinterval $u_1, \dots, u_k$:

$$A_i = \frac{\mu_{A_i}(u_1)}{u_1} + \frac{\mu_{A_i}(u_2)}{u_2} + \frac{\mu_{A_i}(u_3)}{u_3} + \dots + \frac{\mu_{A_i}(u_k)}{u_k}, \quad (11)$$

dengan aturan keanggotaan segitiga pada FTS Chen [13]:

$$\mu_{A_i}(u_j) = \begin{cases} 1, & \text{jika } i = j, \\ 0.5, & \text{jika } i = j-1 \text{ atau } i = j+1, \\ 0, & \text{lainnya.} \end{cases} \quad (12)$$

Pembentukan FLR dan FLRG. Hubungan antar-estado berurutan didefinisikan sebagai

$$A_i \rightarrow A_j,$$

dengan A_i estado pada waktu t dan A_j estado pada waktu $t+1$. Kelompokkan seluruh FLR dengan *current state* yang sama menjadi *Fuzzy Logical Relationship Group* (FLRG). Contoh: jika terdapat

$$A_1 \rightarrow A_2, \quad A_1 \rightarrow A_4, \quad A_1 \rightarrow A_2, \quad A_1 \rightarrow A_5,$$

maka FLRG-nya adalah $A_1 \rightarrow A_2, A_4, A_5$.

Defuzzifikasi dan peramalan (aturan FTS Chen berbasis FCM). Nilai ramalan $F(t)$ diturunkan dari FLRG sebagai berikut:

a) Jika $A_i \rightarrow \emptyset$, maka

$$F(t) = w_i. \quad (13)$$

b) Jika $A_i \rightarrow A_j$ (tunggal), maka

$$F(t) = w_j. \quad (14)$$

c) Jika $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$ (jamak), maka

$$F(t) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{n}. \quad (15)$$

2.2 Fuzzy Time Series (FTS) Lee

FTS Lee merupakan pengembangan dari FTS Song–Chissom, Cheng, dan Chen dengan mekanisme pembobotan frekuensi pada FLRG [14]. Tahapan intinya paralel dengan FTS Chen, namun partisi interval dibangun melalui *rata-rata selisih absolut*.

Himpunan semesta. Gunakan persamaan (1) untuk membentuk U .

Partisi subinterval berbasis rata-rata.

a. Hitung rerata selisih absolut berurutan

$$\text{mean} = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} |D_{t+1} - D_t|}{N - 1}, \quad (16)$$

dengan N jumlah observasi.

b. Tetapkan panjang subinterval awal

$$l = \frac{\text{mean}}{2}. \quad (17)$$

c. Bulatkan l menurut basis pada Tabel 1 untuk menjaga *grid* interval yang wajar.

Tabel 1: Jangkauan dan basis

Jangkauan	Basis
$0 < l < 1$	0,1
$1 < l < 10$	1
$10 < l < 100$	10
$100 < l < 1000$	100
$1000 < l < 10000$	1000

d. Tentukan jumlah subinterval

$$n = \frac{D_{\max} + D_2 - (D_{\min} - D_1)}{l}, \quad (18)$$

kemudian hitung nilai tengah tiap subinterval (*midpoint*) untuk keperluan defuzzifikasi.

Fuzzifikasi dan FLRG. Prosedur fuzzifikasi mengikuti aturan segitiga seperti pada FTS Chen (lihat (12)). Selanjutnya bentuk FLR dan gabungkan menjadi FLRG, namun pada FTS Lee frekuensi kemunculan *next state* dalam FLRG akan menjadi bobot pada proses defuzzifikasi.

Defuzzifikasi dan peramalan (aturan FTS Lee). Dengan m_i menyatakan nilai tengah subinterval u_i , aturan peramalan adalah:

a) Jika $A_i \rightarrow \emptyset$, maka

$$F(t) = m_i.$$

b) Jika $A_i \rightarrow A_j$ (tunggal), maka

$$F(t) = m_j.$$

c) Jika $A_i \rightarrow$ banyak estado, misal $A_i \rightarrow A_j, A_j, A_k, A_k, \dots, A_l$ dengan total p estado (memperhitungkan pengulangan/frekuensi), maka

$$F(t) = \frac{2}{p}m_j + \frac{2}{p}m_k + \dots + \frac{1}{p}m_l,$$

yakni *weighted average* berbasis frekuensi kemunculan pada FLRG.

2.3 Analisis Perbandingan Akurasi

Kinerja model dievaluasi menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) [15]:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{X(t) - F(t)}{X(t)} \right| \times 100\%, \quad (19)$$

dengan $F(t)$ nilai ramalan periode ke- t dan $X(t)$ nilai aktual periode ke- t . Interpretasi MAPE menggunakan kriteria pada Tabel 2 yang umum dipakai pada literatur peramalan (Chang, Wang, dan Liu dalam Halimi dkk.) [16].

Tabel 2: Kriteria nilai MAPE

Kriteria	Nilai MAPE
Peramalan sangat baik	$\text{MAPE} < 10\%$
Peramalan baik	$10\% \leq \text{MAPE} < 20\%$
Peramalan cukup	$20\% \leq \text{MAPE} < 50\%$
Peramalan tidak akurat	$\text{MAPE} \geq 50\%$

Catatan reproduktibilitas. Untuk transparansi dan kemudahan replikasi, parameter kunci yang perlu dilaporkan meliputi: pemilihan D_1, D_2 pada (1); nilai s pada (2); tripel parameter FCM ($m, \varepsilon, \text{maks_iter}$); serta skema pembulatan panjang interval (Tabel 1) pada FTS Lee. Pelaporan ini memastikan perbandingan FTS Chen berbasis FCM dan FTS Lee berlangsung adil pada rentang data yang sama.

3 Hasil dan Pembahasan

Bagian ini menyajikan (i) analisis deskriptif data Harga Batubara Acuan (HBA), (ii) hasil pemodelan menggunakan FTS Chen berbasis FCM, (iii) hasil pemodelan menggunakan FTS Lee, serta (iv) perbandingan akurasi model berbasis MAPE. Seluruh langkah selaras dengan metodologi pada Bagian 2.

3.1 Analisis Deskriptif Data

Data yang dianalisis adalah perkembangan HBA bulanan periode Januari 2019 hingga Desember 2023 (total 60 observasi). Nilai minimum dicapai pada September 2020 sebesar $D_{\min} = 49,42$ USD/ton, sedangkan nilai maksimum terjadi pada Oktober 2022 sebesar $D_{\max} = 330,97$ USD/ton. Rentang yang lebar mengindikasikan volatilitas tinggi dan menegaskan pentingnya partisi interval yang adaptif pada pendekatan FTS.

3.2 FTS Chen Berbasis FCM

Tahap awal adalah pembentukan himpunan semesta U yang menaungi seluruh data:

$$U = [49,4200 ; 330,9700]$$

Dengan $D_1 = D_2 = 0$ untuk mengeliminasi subjektivitas pelebaran rentang. Selanjutnya, subinterval disusun melalui FCM. Pertama, data dibentuk sebagai vektor kolom $X \in \mathbb{R}^{60 \times 1}$:

$$X = \begin{bmatrix} 92,4100 \\ 91,8000 \\ 90,5700 \\ \vdots \\ 139,8000 \\ 117,3800 \end{bmatrix}$$

Banyak kluster minimum (c) diinisiasi dengan heuristik:

$$\begin{aligned} c &= \left\lceil \frac{|D_{\max} - D_{\min}|}{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} |X(t+1) - X(t)|^s}{n-1}} \right\rceil \\ &= \left\lceil \frac{|330,9700 - 49,4200|}{\frac{422,8867}{60-1}} \right\rceil \\ &= \lceil 39,2811 \rceil \approx 40. \end{aligned}$$

Parameter FCM yang digunakan adalah:

- Pangkat pembobot (m): 2
- Maksimum iterasi: 100
- Toleransi galat (ε): 0,00001
- Fungsi objektif awal ($J_{2(0)}$): 0
- Iterasi awal (t): 1

Matriks keanggotaan awal $G \in \mathbb{R}^{60 \times 40}$ diinisialisasi acak:

$$G = \begin{bmatrix} 0,3745 & 0,9507 & \cdots & 0,6842 & 0,4402 \\ 0,1220 & 0,4952 & \cdots & 0,3585 & 0,1159 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0,9076 & 0,7140 & \cdots & 0,5340 & 0,1421 \\ 0,0117 & 0,4220 & \cdots & 0,6458 & 0,6369 \end{bmatrix}$$

Normalisasi baris memastikan jumlah ke-1:

$$\begin{aligned} R_1 &= \sum_{k=1}^{40} g_{1k} = 0,3745 + 0,9507 + \cdots + 0,6842 + 0,4402 = 18,2506, \\ \mu_{1t} &= \frac{g_{1t}}{R_1} = \frac{0,3745}{18,2506} = 0,0205. \end{aligned}$$

Proses yang sama untuk seluruh baris menghasilkan matriks ter-normalisasi G' :

$$G' = \begin{bmatrix} 0,0205 & 0,0521 & \cdots & 0,0375 & 0,0241 \\ 0,0064 & 0,0260 & \cdots & 0,0187 & 0,0061 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0,0469 & 0,0369 & \cdots & 0,0276 & 0,0074 \\ 0,0006 & 0,0215 & \cdots & 0,0329 & 0,0325 \end{bmatrix}$$

Contoh perhitungan pusat kluster pertama:

$$w_{11} = \frac{\sum_{d=1}^{60} (\mu_{d1})^2 x_{d1}}{\sum_{d=1}^{60} (\mu_{d1})^2} = \frac{(0,0205)^2(92,4100) + (0,0064)^2(91,8000) + \cdots + (0,0006)^2(117,3800)}{(0,0205)^2 + (0,0064)^2 + \cdots + (0,0006)^2} = 141,8951.$$

Pusat kluster (contoh himpunan) dapat direpresentasikan sebagai:

$$W_{(1)} = \begin{bmatrix} 141,8951 \\ 147,3900 \\ 162,5932 \\ \vdots \\ 134,3911 \\ 152,9485 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya dihitung jarak Euclidean data–pusat kluster dan fungsi objektif. Contoh:

$$\begin{aligned} f_{11} &= \sqrt{(x_{11} - w_{11})^2} = \sqrt{(92,4100 - 141,8951)^2} = 49,4851, \\ J_{2(1)} &= \sum_{d=1}^{60} \sum_{k=1}^{40} (\mu_{dk})^2 (f_{dk})^2 = (0,0205)^2(49,4851)^2 + (0,0521)^2(54,9800)^2 + \cdots + (0,0325)^2(35,5685)^2 \\ &= 16791,2707. \end{aligned}$$

Keanggotaan diperbarui dan konvergensi diperiksa:

$$\begin{aligned} g_{11} &= \left(\sum_{z=1}^{40} \left(\frac{f_{11}}{f_{1z}} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1} = \left(1 + \left(\frac{49,4851}{54,9800} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{49,4851}{60,5385} \right)^2 \right)^{-1} = 0,0272, \\ |J_{2(1)} - J_{2(0)}| &= |16791,2707 - 0| = 16791,2707 > 0,00001. \end{aligned}$$

Karena belum konvergen, iterasi dilanjutkan. Berdasarkan komputasi (Google Colab), iterasi berhenti pada $t = 40$, dengan matriks keanggotaan akhir:

$$G_{(40)} = \begin{bmatrix} 2.71 \times 10^{-4} & 1.13 \times 10^{-5} & \cdots & 7.09 \times 10^{-3} & 1.35 \times 10^{-5} \\ 1.24 \times 10^{-6} & 5.29 \times 10^{-8} & \cdots & 3.97 \times 10^{-5} & 6.33 \times 10^{-8} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3.30 \times 10^{-11} & 1.28 \times 10^{-13} & \cdots & 8.50 \times 10^{-15} & 1.63 \times 10^{-13} \\ 2.81 \times 10^{-10} & 1.93 \times 10^{-12} & \cdots & 4.93 \times 10^{-14} & 2.38 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

dan pusat kluster akhir:

$$W_{(40)} = \begin{bmatrix} 130,9899 \\ 281,4806 \\ 191,4301 \\ \vdots \\ 84,87311 \\ 265,2601 \end{bmatrix}$$

Dari $W_{(40)}$ yang telah diurutkan, batas antar-subinterval ditetapkan pada titik tengah berurutan, sehingga subinterval FTS Chen berbasis FCM menjadi:

$$\begin{aligned} u_1 &= [49,4200; 52,8593], \\ u_2 &= [52,8593; 57,6898], \\ &\vdots \\ u_{40} &= [327,4388; 330,9700]. \end{aligned}$$

Fuzzifikasi setiap observasi mengikuti aturan segitiga FTS Chen:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{u_1} + \frac{0,5}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \dots + \frac{0}{u_{40}}, \\ A_2 &= \frac{0,5}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{0,5}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \dots + \frac{0}{u_{40}}, \\ A_3 &= \frac{0}{u_1} + \frac{0,5}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{0,5}{u_4} + \dots + \frac{0}{u_{40}}, \\ &\vdots \\ A_{40} &= \frac{0}{u_1} + \frac{0}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \dots + \frac{0,5}{u_{39}} + \frac{1}{u_{40}}. \end{aligned}$$

Sebagai ilustrasi FLR, pada Januari 2019 (92,41 USD/ton) dan Februari 2019 terpetakan ke A_{12} , sehingga:

$$A_{12} \longrightarrow A_{12}.$$

Seluruh FLR dengan *current state* sama dikelompokkan menjadi FLRG (Tabel 3). Defuzzifikasi

Tabel 3: FLRG FTS Chen berbasis FCM

Grup	Current State	Next State
1	A_1	A_1, A_2
2	A_2	A_1, A_3
3	A_3	A_2, A_7
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
38	A_{38}	A_{37}
39	A_{39}	A_{37}
40	A_{40}	A_{36}

mengikuti aturan FTS Chen berbasis FCM. Contoh pada Grup 1 ($A_1 \rightarrow A_1, A_2$):

$$F(1) = \frac{w_1 + w_2}{2} = \frac{50,7255 + 54,9931}{2} = 52,8593.$$

Ringkasan hasil peramalan per *current state* disajikan pada Tabel 4.

3.3 FTS Lee

Langkah awal FTS Lee identik, yaitu pembentukan himpunan semesta:

$$U = [49,4200; 330,9700].$$

Tabel 4: Hasil ramalan FTS Chen berbasis FCM

Grup	Current State	Peramalan
1	A_1	52,8593
2	A_2	55,5560
3	A_3	65,4158
4	A_4	63,2531
5	A_5	72,6601
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
38	A_{38}	319,1073
39	A_{39}	319,1073
40	A_{40}	306,6874

Partisi subinterval ditentukan melalui rerata selisih absolut berturut-turut (*lag*):

$$mean = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} |D_{t+1} - D_t|}{N-1} = \frac{795,9500}{59} = 13,4907, \quad (20)$$

sehingga panjang interval awal

$$l = \frac{mean}{2} = \frac{13,4907}{2} = 6,7453. \quad (21)$$

Berdasar Tabel 1 (lihat Bagian 2.2), l berada pada jangkauan 1–10 sehingga dibulatkan ke basis 1 menjadi $l = 7$. Jumlah subinterval minimum:

$$n = \frac{D_{\max} + D_2 - (D_{\min} - D_1)}{7} = \frac{330,9700 - 49,4200}{7} = 40,2214 \approx 41. \quad (22)$$

Dengan demikian, U dipartisi menjadi 41 subinterval bernilai tengah seragam sebagaimana Tabel 5.

Tabel 5: Subinterval FTS Lee

Subinterval (u_i)	Batas Bawah	Batas Atas	Nilai Tengah (m)
u_1	49,4200	56,4200	52,9200
u_2	56,4200	63,4200	59,9200
u_3	63,4200	70,4200	66,9200
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
u_{39}	315,4200	322,4200	318,9200
u_{40}	322,4200	329,4200	325,9200
u_{41}	329,4200	336,4200	332,9200

Fuzzifikasi mengikuti aturan segitiga yang sama:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{u_1} + \frac{0.5}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \cdots + \frac{0}{u_{41}}, \\
 A_2 &= \frac{0.5}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{0.5}{u_3} + \cdots + \frac{0}{u_{41}}, \\
 A_3 &= \frac{0}{u_1} + \frac{0.5}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \cdots + \frac{0}{u_{41}}, \\
 &\vdots \\
 A_{41} &= \frac{0}{u_1} + \frac{0}{u_2} + \cdots + \frac{0.5}{u_{40}} + \frac{1}{u_{41}}.
 \end{aligned}$$

Contoh FLR: Januari 2019 (92,41 USD/ton) dan Februari 2019 terfuzzifikasi ke A_7 sehingga

$$A_7 \rightarrow A_7.$$

Ringkasan FLRG FTS Lee tercantum pada Tabel 6.

Tabel 6: FLRG FTS Lee

Grup	Current State	Next State
1	A_1	$5(A_1), A_2$
2	A_2	A_1, A_4
3	A_3	$7(A_3), A_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
39	A_{39}	$2(A_{39}), A_{41}$
40	A_{40}	A_{39}
41	A_{41}	A_{37}

Defuzzifikasi FTS Lee menggunakan rata-rata berbobot frekuensi *next state*. Contoh pada Grup 1 ($A_1 \rightarrow 5(A_1), A_2$):

$$\begin{aligned}
 F(1) &= \frac{5}{6} \times 52,9200 + \frac{1}{6} \times 59,9200 \\
 &= 44,1000 + 9,9867 \\
 &= 54,0867.
 \end{aligned}$$

Hasil peramalan per *current state* dirangkum pada Tabel 7.

Tabel 7: Hasil ramalan FTS Lee

Grup	Current State	Peramalan
1	A_1	54,0867
2	A_2	63,4200
3	A_3	66,0450
4	A_4	76,2533
5	A_5	77,4200
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
39	A_{39}	323,5867
40	A_{40}	318,9200
41	A_{41}	304,9200

3.4 Perbandingan Akurasi: FTS Chen Berbasis FCM vs FTS Lee

Akurasi dievaluasi dengan MAPE. Kedua model berada pada kategori *sangat baik* ($\text{MAPE} < 10\%$); namun FTS Chen berbasis FCM unggul atas FTS Lee pada data ini. Rangkuman nilai MAPE ditampilkan pada Tabel 8.

Tabel 8: Perbandingan Hasil MAPE Antar Metode

Metode	MAPE
FTS Chen berbasis FCM	2,56%
FTS Lee	5,07%

Hasil di atas konsisten dengan hipotesis bahwa konstruksi interval adaptif meningkatkan ketepatan peramalan pada deret waktu dengan volatilitas tinggi. Integrasi FCM pada FTS Chen menghasilkan partisi yang mengikuti distribusi data aktual (data-driven), sehingga proses

FLR/FLRG menangkap dinamika lokal lebih baik. Sementara FTS Lee efektif dan stabil dengan interval seragam berbasis *mean lag*, performanya cenderung menurun ketika data memperlihatkan klusterisasi lokal yang kuat. Implikasi praktisnya, untuk kasus komoditas bergejolak seperti HBA, strategi interval adaptif layak dipertimbangkan sebagai standar awal, dengan FTS Lee sebagai pembanding kuat karena kesederhanaan dan kemudahan replikasi.

4 Kesimpulan

Penelitian ini membandingkan kinerja dua pendekatan *fuzzy time series* (FTS), yaitu FTS Chen yang dimodifikasi melalui pembentukan interval adaptif berbasis *Fuzzy C-Means* (FCM) dan FTS Lee, dalam peramalan harga batubara Indonesia periode Januari 2019–Desember 2023. Hasil utama dapat dirangkum sebagai berikut:

1. Kedua metode menghasilkan performa yang sangat baik dengan nilai MAPE $< 10\%$, menunjukkan bahwa FTS mampu menangkap pola data harga batubara yang fluktuatif.
2. FTS Chen berbasis FCM menunjukkan akurasi lebih tinggi dengan nilai MAPE sebesar 2,56%, dibandingkan FTS Lee yang menghasilkan MAPE sebesar 5,07%. Hal ini membuktikan bahwa konstruksi interval adaptif berbasis klusterisasi mampu meningkatkan ketepatan peramalan dibanding interval statis.
3. Integrasi FCM pada FTS Chen memberikan fleksibilitas dalam menentukan partisi himpunan semesta berdasarkan distribusi data aktual, sehingga relasi logika fuzzy yang terbentuk lebih representatif.

Dengan demikian, FTS Chen berbasis FCM dapat direkomendasikan sebagai alternatif yang lebih unggul untuk peramalan deret waktu ekonomi yang bersifat volatil, khususnya harga komoditas energi seperti batubara.

Studi ini masih terbatas pada komparasi dua varian FTS. Riset ke depan dapat memperluas analisis dengan memasukkan metode FTS lain (misalnya FTS berbasis *hybrid* dengan neural networks atau optimasi metaheuristik), serta menguji performa model pada komoditas atau indikator ekonomi lain untuk memperoleh generalisasi yang lebih kuat.

Pernyataan Kontribusi Penulis

Juliani: Konseptualisasi, Metodologi, Penulisan–Draf Awal. **Evawati Alisah:** Kurasi Data, Analisis Formal, Penulisan–Telaah dan Penyuntingan. **Abdussakir:** Validasi, Supervisi.

Deklarasi Penggunaan AI atau Teknologi Berbasis AI

Tidak ada teknologi AI generatif atau berbasis AI yang digunakan dalam penulisan naskah ini.

Deklarasi Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan.

Pendanaan dan Ucapan Terima Kasih

Penelitian ini tidak menerima pendanaan eksternal. Penulis mengucapkan terima kasih kepada Program Studi Matematika dan Program Studi Tadris Matematika, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah memberikan dukungan fasilitas akademik dalam penyelesaian penelitian ini.

Ketersediaan Data

Dataset yang digunakan dalam penelitian ini akan tersedia atas permintaan yang wajar kepada penulis korespondensi melalui email evawatialisah@mat.uin-malang.ac.id. Data dapat diberikan untuk tujuan akademik dan penelitian lebih lanjut, sesuai dengan kebijakan dan ketentuan yang berlaku.

Daftar Pustaka

- [1] S. Aeni Sumarjaya, "Peramalan nilai tukar petani subsektor tanaman pangan provinsi bali menggunakan metode fuzzy time series chen," *E-Jurnal Matematika*, 2023.
- [2] M. S. Mahadi Muhammad Sri Wahyuningsih, "Peramalan nilai tukar petani subsektor peternakan menggunakan fuzzy time series lee," *Jambura Journal of Mathematics*, 2021.
- [3] R. W. Ningrum, B. Surarso, Farikhin, and Y. M. Safarudin, "Forecasting jakarta composite index (ihsg) based on chen fuzzy time series and firefly clustering algorithm," *Journal of Physics: Conference Series*, 2018.
- [4] A. T. P. Syehudin, "Comparison of forecasting using fuzzy time series chen model and lee model to foreign exchange in eur/usd and gbp/usd," *Journal of Advances in Information Systems and Technology*, 2021.
- [5] D. A. Lestari Handayani, "Perbandingan model chen dan model lee pada metode fuzzy time series untuk prediksi harga emas," *Jurnal Pseudocode*, 2015.
- [6] A. D. N. Ipan Syaripuddin, "Perbandingan model chen dan model lee pada metode fuzzy time series untuk peramalan produksi kelapa sawit provinsi kalimantan timur," *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, dan Aplikasinya*, 2022.
- [7] S. Y. L. Sheng Tun Li Yi Chung Cheng, "A fcm-based deterministic forecasting model for fuzzy time series," *Computers and Mathematics with Applications*, 2008.
- [8] H. Voller, "Analisis ekspor batu bara indonesia pada kawasan rcep," *Jurnal Ekonomi dan Kebijakan Publik*, 2024.
- [9] A. Arinaldo, *Dinamika Batu Bara Indonesia: Menuju Transisi Energi yang Adil*. Institute for Essential Services Reform., 2019.
- [10] D. J. M. dan Batubara, *Harga batubara acuan*, <https://www.minerba.esdm.go.id/berita/harga-batubara-acuan>, Diakses pada 17 September 2024, 2023.
- [11] Chen, "Forecasting enrollments based on fuzzy time series," *Fuzzy Sets and Systems*, 1996.
- [12] C. Qu, "An improved method of fuzzy time series model," *International Conference on Intelligent Control and Information Processing*, 2012.
- [13] S. M. A. Samira M Boaisha, "Forecasting model based on fuzzy time series approach," University of Garyounis, Tech. Rep., 2010.
- [14] Damayanti, Rizal, Yosmar, Afandi, and Acnesya, "Earthquake frequency data modeling in mentawai using fuzzy time series lee and fuzzy time series tsaur," *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 2024.
- [15] S. Sari, "Comparison of fuzzy time series lee, chen, and singh on forecasting foreign tourist arrivals to indonesia in 2023," *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 2024.
- [16] R. T. Riansyah Halimi Wiwik Anggraeni, "Pembuatan aplikasi peramalan jumlah permintaan produk dengan metode time series exponential smoothing holts winter di pt. telekomunikasi indonesia tbk," *Jurnal Teknik Pomits*, 2013.