Jurnal Riset Mahasiswa Matematika
Volume 4 (5) (2025), Pages 245-259
p-ISSN: 2808-1552; e-ISSN: 2808-4926

Analisis Dinamik Model Matematika Pengaruh Kebijakan Pemerintah dan Pengembangan Keterampilan Terhadap Dinamika Pengangguran

Rizqi Ardika Akbar, Juhari*

Progam Studi Matematika, Fakultas Sains Dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Indonesia

Abstrak

Penelitian ini mengembangkan model matematika dinamik untuk menganalisis pengaruh kebijakan pemerintah dan pengembangan keterampilan terhadap dinamika pengangguran, khususnya pengangguran struktural dan siklis. Model memuat lima kompartemen utama: pengangguran struktural, pengangguran siklis, tenaga kerja, keterampilan, dan kebijakan pemerintah. Dengan pendekatan sistem persamaan diferensial nonlinier dan metode Next Generation Matrix, diperoleh titik kesetimbangan serta bilangan reproduksi dasar. Hasil simulasi menunjukkan bahwa peningkatan intensitas kebijakan dan efektivitas pelatihan mampu menekan tingkat pengangguran secara signifikan. Temuan ini menekankan pentingnya intervensi kebijakan yang berkelanjutan dalam mengelola pasar tenaga kerja.

Kata Kunci: Pengangguran, Model Matematika, Kebijakan Pemerintah, Keterampilan

Abstract

This study develops a dynamic mathematical model to analyze the influence of government policy and skills development on unemployment dynamics, focusing on structural and cyclical unemployment. The model includes five main compartments: structural unemployment, cyclical unemployment, employed individuals, skills development, and government policy. Using a system of nonlinear differential equations and the Next Generation Matrix method, the equilibrium point and basic reproduction number are determined. Numerical simulations show that increasing policy intensity and training effectiveness significantly reduces unemployment. These findings highlight the importance of sustained policy interventions in managing labor market dynamics.

Keywords: Unemployment, Mathematical Model, Government Policy, Skills Development

Copyright © 2025 by Authors, Published by JRMM Group. This is an open access article under the CC BY-SA License (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0)

1 Pendahuluan

Pendahuluan

Pengangguran merupakan salah satu tantangan multidimensi yang dihadapi oleh negara-negara berkembang, termasuk Maroko. Masalah ini bukan hanya berdampak pada pertumbuhan ekonomi secara makro,

*Corresponding author. E-mail: juhari@uin-malang.ac.id

Submitted: 23 April 2025 Reviewed: 25 Mei 2025 Accepted: 25 Juni 2025
DOI: https://dx.doi.org/10.18860/jrmm.v4i5.34712

tetapi juga pada stabilitas sosial dan kesejahteraan masyarakat. Pengangguran yang tinggi dapat memperbesar ketimpangan sosial, menghambat mobilitas sosial, dan menurunkan tingkat produktivitas nasional. Di Maroko, angka pengangguran nasional mencapai 13,3%, dengan tingkat pengangguran pemuda lebih dari 36% dan lulusan pendidikan tinggi sekitar 19,4% [1].

Permasalahan utama dalam pengangguran di Maroko bukan hanya terletak pada kurangnya lapangan kerja, melainkan juga pada ketidaksesuaian antara keterampilan tenaga kerja dan kebutuhan pasar kerja, yang dikenal sebagai pengangguran struktural. Banyak lulusan pendidikan tinggi tidak mampu memenuhi tuntutan dunia industri yang terus berubah. Hal ini diperparah dengan minimnya pelatihan kerja praktis dan keterbatasan program vokasi yang menjangkau wilayah-wilayah rural dan informal [2].

Sebagai respons terhadap hal tersebut, Pemerintah Maroko telah menerapkan berbagai kebijakan aktif di pasar tenaga kerja. Melalui lembaga seperti ANAPEC dan OFPPT, pemerintah mengembangkan program-program pelatihan dan integrasi tenaga kerja, seperti *Forsa*, *Idmaj*, *TAEHIL*, dan *Awrach*. Program-program ini bertujuan untuk meningkatkan keterampilan kerja dan mendekatkan pencari kerja kepada sektor produktif, baik melalui pelatihan langsung maupun insentif kepada perusahaan [3], [4].

Selain itu, kolaborasi dengan organisasi internasional seperti OECD dan Bank Dunia memperkuat strategi nasional ketenagakerjaan. OECD dalam laporan surveinya menekankan pentingnya mengembangkan keterampilan yang berorientasi pasar dan memperluas partisipasi perempuan dalam dunia kerja. Bank Dunia, melalui program dukungannya, menyoroti perlunya sistem pelatihan yang adaptif dan terhubung langsung dengan kebutuhan industri [5], [6].

Meski berbagai program telah diluncurkan, tingkat pengangguran Maroko masih menunjukkan angka yang cukup tinggi. Berdasarkan data resmi, partisipasi angkatan kerja masih rendah (<38%), dan pengangguran pemuda tetap tinggi. Hal ini menunjukkan bahwa upaya yang telah dilakukan masih perlu dievaluasi dan diperkuat [7].

Untuk menganalisis kompleksitas permasalahan ini secara sistematis, pendekatan matematis digunakan. Model yang dikembangkan oleh El Yahyaoui dan Amine (2024) memberikan kerangka dasar untuk menganalisis dinamika interaksi antara pengangguran struktural, pengangguran siklikal, tenaga kerja aktif, dan kapasitas pelatihan melalui sistem persamaan diferensial nonlinier [8].

Penelitian ini mengembangkan dan memodifikasi model tersebut dengan menambahkan kompartemen kebijakan pemerintah $P(t)$, yang merepresentasikan intensitas intervensi kebijakan publik terhadap pasar tenaga kerja. Penambahan ini memungkinkan model menangkap dinamika nyata yang terjadi di Maroko, di mana kebijakan pemerintah tidak hanya berperan sebagai respons pasif, tetapi juga sebagai pendorong langsung terhadap peningkatan pelatihan dan penyerapan tenaga kerja.

2 Metode Penelitian

2.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif-deskriptif yang dipadukan dengan pemodelan matematis, bertujuan untuk menganalisis dinamika pengangguran melalui sistem persamaan diferensial nonlinier. Pendekatan ini sesuai dengan model dinamis yang telah digunakan dalam berbagai studi ekonomi matematis untuk menggambarkan kompleksitas interaksi antar variabel sosial dan kebijakan publik [8], [9]. Model dasar diadaptasi dari El Yahyaoui dan Amine (2024), yang kemudian dimodifikasi dengan menambahkan satu kompartemen kebijakan pemerintah sebagai variabel dinamis.

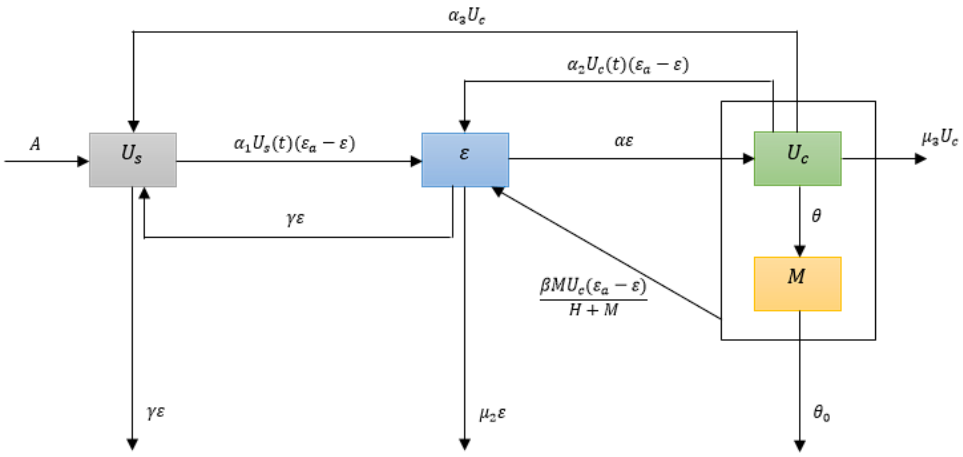
2.2 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini bersifat sekunder, diperoleh dari laporan lembaga internasional seperti OECD, Bank Dunia, dan pemerintah Maroko, serta dari studi terdahulu yang relevan. Referensi utama dalam pengembangan model adalah karya El Yahyaoui dan Amine (2024), yang menyajikan pendekatan matematis terhadap dinamika pengangguran yang dipengaruhi oleh pelatihan keterampilan dan siklus ekonomi [8]. Data kuantitatif juga diperoleh dari laporan OECD Employment Outlook (2024), ANAPEC (2023), dan dokumen pelatihan OFPPT (2023) [2], [3], [4].

2.3 Tahapan Penelitian

Penelitian ini dilakukan melalui beberapa tahapan sistematis yang bertujuan untuk mengembangkan, menganalisis, dan mengevaluasi model matematika dinamika pengangguran dengan mempertimbangkan peran kebijakan pemerintah dan pelatihan keterampilan. Tahapan-tahapan tersebut dijelaskan sebagai berikut:

1. **Modifikasi Model**
   Model dasar yang dikembangkan oleh El Yahyaoui dan Amine (2024) dimodifikasi dengan menambahkan kompartemen kebijakan pemerintah ($P(t)$), guna merepresentasikan dampak intensitas kebijakan publik dalam mempengaruhi dinamika pengangguran. Langkah ini bertujuan untuk menggabungkan faktor intervensi pemerintah sebagai salah satu determinan dalam proses transisi tenaga kerja [6], [8].
2. **Penyusunan Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier**



Gambar 1: Diagram Model Pengangguran El Yahyaoui dan Amine (2024)

Model terdiri atas empat kompartemen utama: pengangguran struktural ($U_s(t)$), pengangguran siklikal ($U_c(t)$), pekerja ($\varepsilon(t)$), dan kapasitas pelatihan ($M(t)$), dengan satu tambahan kompartemen kebijakan ($P(t)$). Masing-masing dirumuskan dalam bentuk persamaan diferensial nonlinier orde satu berikut:

$$\frac{dU_s(t)}{dt} = A - \alpha_1 U_s(t)(\varepsilon_a - \varepsilon(t)) + \gamma\varepsilon(t) + \alpha_3 U_c(t) - \mu_1 U_s(t) \tag{1}$$

$$\frac{dU_c(t)}{dt} = -\left(\alpha_2 + \frac{\beta M(t)}{H + M(t)}\right) U_c(t)(\varepsilon_a - \varepsilon(t)) + \alpha\varepsilon(t) + \alpha_3 U_s(t) - \mu_2 U_c(t) \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon(t)}{dt} &= \alpha_1 U_s(t)(\varepsilon_a - \varepsilon(t)) + \left(\alpha_2 + \frac{\beta M(t)}{H + M(t)}\right) U_c(t)(\varepsilon_a - \varepsilon(t)) \\ &\quad - \gamma\varepsilon(t) - \alpha\varepsilon(t) - \mu_2\varepsilon(t)\end{aligned} \tag{3}$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \theta U_c(t) - \theta_0 (M(t) - M_0) \tag{4}$$

3. **Penentuan Titik Keseimbangan**
   Untuk menganalisis kestabilan sistem, langkah awal adalah menentukan titik keseimbangan dengan menyamakan seluruh turunan waktu menjadi nol. Solusi stasioner mencerminkan kondisi di mana tidak terjadi perubahan dalam jumlah pengangguran, pekerja, pelatihan, dan kebijakan [10]. Misalnya:

$$M = M_0 + \frac{\theta}{\theta_0} U_c, \quad \varepsilon = \frac{\alpha_1 U_s + \left(\frac{\alpha_2 \beta M}{H+M}\right) U_c}{\gamma + \alpha + \mu_2}$$

4. **Linierisasi dan Matriks Jacobian**
   Matriks Jacobian untuk sistem model pengangguran ini adalah matriks berukuran 4×4 yang terdiri dari elemen-elemen yang menunjukkan sensitivitas atau pengaruh perubahan satu variabel terhadap laju perubahan variabel lainnya. Matriks ini digunakan dalam proses analisis kestabilan lokal untuk menentukan respons sistem terhadap gangguan kecil di sekitar titik keseimbangan [10]. Secara umum, bentuk matriks Jacobian J dari sistem persamaan diferensial nonlinier dapat dinyatakan sebagai:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_s} & \frac{\partial f_1}{\partial U_c} & \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_1}{\partial M} \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_s} & \frac{\partial f_2}{\partial U_c} & \frac{\partial f_2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_2}{\partial M} \\ \frac{\partial f_3}{\partial U_s} & \frac{\partial f_3}{\partial U_c} & \frac{\partial f_3}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_3}{\partial M} \\ \frac{\partial f_4}{\partial U_s} & \frac{\partial f_4}{\partial U_c} & \frac{\partial f_4}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_4}{\partial M} \end{bmatrix}$$

   di mana f_1, f_2, f_3, dan f_4 masing-masing merupakan turunan waktu dari kompartemen $U_s(t)$, $U_c(t)$, $\varepsilon(t)$, dan $M(t)$ dalam model yang telah dilinierkan. Matriks ini memainkan peran penting dalam mengevaluasi kestabilan sistem dinamis dan menghitung nilai eigen untuk menentukan apakah titik keseimbangan stabil atau tidak [8], [9].

5. **Analisis Kestabilan Sistem**

   Secara matematis, sistem dianggap *stabil secara lokal* apabila semua nilai eigen dari matriks Jacobian memiliki bagian real negatif. Hal ini menunjukkan bahwa setiap gangguan kecil terhadap sistem akan mengalami redaman dan sistem akan kembali ke keadaan keseimbangannya dalam jangka waktu tertentu [8], [9].
   Untuk menghindari perhitungan eksplisit terhadap akar-akar polinomial karakteristik, digunakan pendekatan *Kriteria Routh–Hurwitz*. Kriteria ini merupakan metode numerik yang efisien untuk menentukan apakah semua akar dari karakteristik polinomial yang dihasilkan dari $\det(J - \lambda I) = 0$ memiliki bagian real negatif tanpa perlu menyelesaikan karakteristik secara langsung [11].
   Kriteria Routh–Hurwitz sangat berguna ketika sistem memiliki derajat tinggi dan akar-akar kompleks. Dalam penelitian ini, karakteristik polinomial dari matriks Jacobian berorde empat hingga lima dianalisis dengan membangun tabel Routh–Hurwitz, di mana kestabilan sistem dapat disimpulkan dari tanda-tanda koefisien pada baris pertama tabel. Jika semua koefisien positif dan tidak berubah tanda, maka sistem dinyatakan stabil secara lokal.
   Langkah-langkah analisis kestabilan ini memberikan dasar teoritis yang kuat untuk mengevaluasi efektivitas kebijakan dan pelatihan dalam menjaga kestabilan pasar tenaga kerja. Dengan demikian, pendekatan ini tidak hanya bersifat matematis, tetapi juga memberikan kontribusi praktis dalam perencanaan kebijakan ekonomi berbasis simulasi.

6. **Simulasi Numerik**
   Untuk mendapatkan solusi numerik terhadap sistem persamaan diferensial nonlinier dalam model ini, digunakan metode Runge–Kutta orde 4 (RK4) yang diimplementasikan dalam MATLAB. Pendekatan RK4 umum digunakan karena keseimbangan antara akurasi dan efisiensi komputasi dalam simulasi dinamika sosial-ekonomi [12], [13].
   Studi serupa pada model pengangguran oleh Pathan Bhathawala (2017) mengilustrasikan penggunaan RK4 untuk menganalisis stabilitas lokal dan efek kebijakan dengan simulasi numerik [1]. Selain itu, penelitian Chelulei (2020) menunjukkan implementasi RK4 dalam model pengangguran pemuda di Kenya, lengkap dengan analisis kesalahan dan konvergensi [14].
   Pengujian tambahan dilakukan dengan metode komparatif seperti Euler dan Runge–Kutta-Fehlberg (RKF45) untuk memastikan hasil simulasi bebas dari bias metode numerik [15], [16]. Analisis sensitivitas terhadap parameter seperti efektivitas pelatihan (β), intensitas kebijakan (λ), dan laju

pertumbuhan program (μ) dilakukan untuk mengevaluasi dampak intervensi terhadap jumlah pengangguran dan penyerapan tenaga kerja.
Output simulasi divisualisasikan dalam bentuk grafik komparatif variabel U_s, U_c, ε, dan M. Visualisasi ini digunakan untuk menilai dominasi parameter terhadap perilaku sistem dan membantu menyusun rekomendasi kebijakan berdasarkan evidence-based policy.

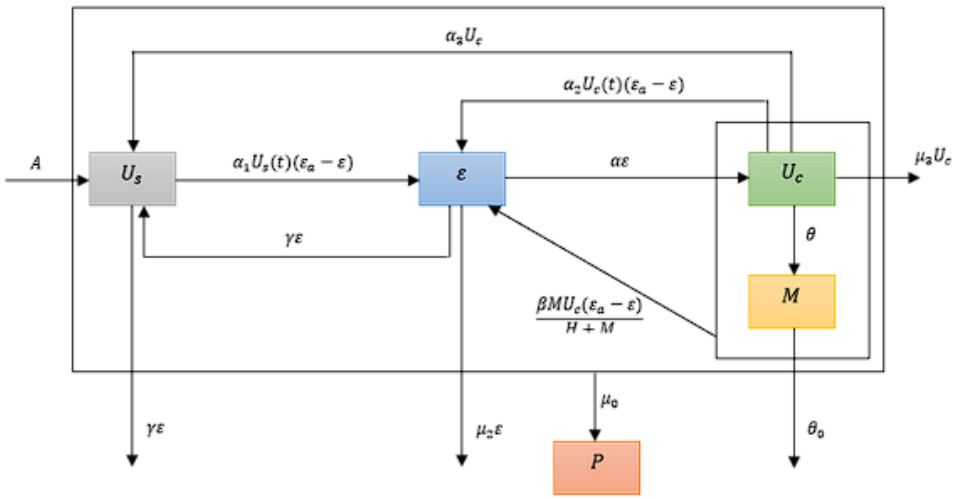
3 Hasil dan Pembahasan

Analisis model matematika menunjukkan bahwa kebijakan pemerintah memiliki pengaruh signifikan dalam menstabilkan dinamika pengangguran struktural dan siklikal. Melalui penambahan kompartemen kebijakan ($P(t)$), model menunjukkan bahwa peningkatan intervensi pemerintah mampu menurunkan tingkat pengangguran melalui pelatihan keterampilan dan penyediaan lapangan kerja. Titik keseimbangan sistem ditentukan dengan menyamakan semua turunan waktu menjadi nol, menghasilkan kondisi stabil ketika seluruh kompartemen (pengangguran struktural, siklikal, tenaga kerja, pelatihan, dan kebijakan) berada dalam keadaan konstan. Evaluasi kestabilan lokal menggunakan matriks Jacobian dan nilai eigen menunjukkan bahwa sistem stabil karena seluruh nilai eigen memiliki bagian real negatif. Selain itu, bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ mengindikasikan bahwa pengangguran tidak akan berkembang dalam sistem, mencerminkan keberhasilan desain intervensi kebijakan. Secara keseluruhan, pendekatan model ini memberikan gambaran bahwa stabilitas pasar kerja dapat dicapai melalui kombinasi pelatihan keterampilan dan kebijakan ketenagakerjaan yang responsif.

3.1 Pengembangan Model

Model matematika dinamik yang dikembangkan mencakup lima kompartemen utama: pengangguran struktural (U_s), pengangguran siklikal (U_c), tenaga kerja aktif (ε), kapasitas pelatihan keterampilan (M), dan kebijakan pemerintah (P). Penambahan kompartemen P memungkinkan analisis terhadap intervensi pemerintah secara eksplisit dalam sistem.

Diagram kompartemen yang digunakan dalam penelitian ini mengacu pada model matematika yang dikembangkan oleh El Yahyaoui dan Amine (2024). Model ini menggambarkan dinamika pengangguran yang dipengaruhi oleh faktor-faktor seperti pelatihan keterampilan, pengangguran struktural, pengangguran siklikal, dan kebijakan pemerintah yang berfokus pada pengurangan pengangguran melalui program pelatihan. Berikut akan ditampilkan diagram kompartemen yang telah dimodifikasi dengan menambahkan variabel kebijakan pemerintah:



Gambar 2: Diagram Model Modifikasi Diagram Kompartemen

Pada diagram kompartemen tersebut Penambahan kompartemen Kebijakan Pemerintah (P) dalam

model ini merupakan langkah penting yang bertujuan untuk menggambarkan pengaruh kebijakan publik terhadap dinamika pengangguran. Dalam penelitian ini, kebijakan pemerintah dianggap sebagai faktor eksternal yang dapat mempengaruhi berbagai aspek pasar tenaga kerja, terutama dalam hal pelatihan keterampilan dan pengurangan pengangguran.

Variabel-variabel yang terkait dalam pembentukan diagram kompartemen diambil dari beberapa asumsi yang telah dibentuk serta menggunakan nilai parameter yang bersumber dari dari beberapa rujukan yang telah dikaji oleh peneliti. Berikut akan dipaparkan definisi dari variabel yang terkait dengan model matematika pengaruh kebijakan pemerintah terhadap dinamika pengangguran:

Tabel 1: Definisi Variabel Model Pengangguran

Variabel	**Deskripsi**	**Data Kuantitatif**	**Sumber**
$U_s(t)$	Pengangguran struktural, menggambarkan individu yang menganggur karena ketidaksesuaian antara keterampilan pekerja dan kebutuhan pasar.	- Total pengangguran: 13,3% (1,63 juta) - Lulusan menganggur: 19,4% - Perempuan menganggur: 18,5%	[2]
$U_c(t)$	Pengangguran siklikal, mencakup individu yang menganggur akibat fluktuasi ekonomi (seperti resesi atau ekspansi ekonomi).	- Pemuda (15–29 tahun) menganggur: 37,7% - 137.000 pekerjaan hilang di sektor pertanian (karena kekeringan)	[1]
$\varepsilon(t)$	Jumlah pekerja, menggambarkan proporsi individu yang aktif bekerja dalam pasar tenaga kerja.	- Jumlah pekerja: 10,62 juta - Tingkat partisipasi: 37,2% - Sektor dominan: Jasa (45,8%), Pertanian (31,2%)	[3]
$M(t)$	Kapasitas pelatihan keterampilan yang tersedia untuk meningkatkan keterampilan tenaga kerja.	- Anggaran program: $1,4 miliar - Fokus: Pemuda	[2]
$P(t)$	Kebijakan pemerintah yang diterapkan dalam pelatihan keterampilan dan pengurangan pengangguran.	- Anggaran: $1,4 miliar - Lembaga pelaksana: OFPPT, ANAPEC, INDH - Fokus: Pemuda, UMKM, sektor informal	[2][3]

Serta keterangan nilai parameter yang terkait dengan model matematika pengaruh kebijakan pemerintah terhadap dinamika pengangguran sebagai berikut:

Tabel 2: Nilai Parameter Modifikasi Model Pengaruh Kebijakan Pemerintah terhadap Dinamika Pengangguran

Parameter	Deskripsi	Nilai	Sumber
A	Laju aliran masuk pengangguran struktural dari populasi	8500	[8]
α_1	Laju pengangguran struktural yang beralih menjadi pekerja	0,004	[8]
α_2	Laju pengangguran siklikal yang beralih menjadi pekerja	0,009	[8]
α_3	Laju transisi dari pengangguran siklikal ke struktural	0,009	[8]
β	Efektivitas pelatihan terhadap pengurangan pengangguran	0,0009	[8]
γ	Laju pekerja yang beralih ke pengangguran struktural	0,009	[8]
μ_1	Laju kehilangan pekerja karena migrasi/pensiun	2	[8]
μ_2	Laju kehilangan dari pengangguran siklikal	0,9	[8]
θ	Laju pertumbuhan pelatihan bagi pengangguran siklikal	0,1	[8]
θ_0	Penurunan keterampilan bagi yang tidak ikut pelatihan	0,9	[8]
M_0	Kapasitas pelatihan keterampilan awal	2	[8]
λ	Efektivitas program terhadap transisi $U_s \to \varepsilon$	0,65	[8]
λ_0	Efektivitas program terhadap transisi $U_c \to \varepsilon$	0,3020	[8]
μ	Pertumbuhan program karena kesadaran masyarakat (ε)	0,490	[8]
μ_0	Laju pengurangan program $P(t)$	0,016	[8]

- **Parameter λ**
  Parameter λ mencerminkan efektivitas program pemerintah dalam menyadarkan individu dari kelompok pengangguran struktural $U_s(t)$. Di Maroko, kelompok ini umumnya terdiri dari lulusan baru atau individu yang telah lama menganggur tanpa keterampilan relevan. Program pelatihan seperti *TAEHIL* dan *Moukawalati*, serta dukungan dari lembaga seperti *ANAPEC*, ditujukan untuk mengaktivasi kelompok ini agar mengikuti pelatihan atau kembali mencari kerja. Semakin besar nilai λ, semakin efektif program dalam menarik penganggur struktural menuju partisipasi aktif di pasar kerja.
- **Parameter λ_0**
  Parameter λ_0 menggambarkan efektivitas program pemerintah terhadap kelompok penganggur siklikal $U_c(t)$, yaitu individu yang kehilangan pekerjaan karena guncangan ekonomi seperti krisis atau pandemi. Contoh program seperti *Idmaj* dan *Forsa* memberikan bantuan langsung kepada individu atau insentif kepada perusahaan agar menyerap kembali tenaga kerja. Peningkatan nilai λ_0 menandakan efektivitas tinggi dari intervensi tersebut dalam mengembalikan penganggur siklikal ke jalur produktif.
- **Parameter μ**
  Parameter μ merepresentasikan laju pertumbuhan program pemerintah sebagai respons terhadap meningkatnya kesadaran masyarakat $\varepsilon(t)$. Ketika semakin banyak individu menyadari pentingnya keterampilan kerja, maka tekanan publik mendorong pemerintah memperluas cakupan program. Hal ini tampak dalam ekspansi pusat pelatihan oleh *OFPPT* serta kolaborasi dengan lembaga internasional seperti *Bank Dunia*. Oleh karena itu, nilai μ mencerminkan kapasitas adaptif pemerintah dalam merespon kebutuhan pasar kerja.

- **Parameter μ_0**
  Parameter μ_0 menggambarkan laju penyusutan program $P(t)$, yang dapat terjadi akibat keterbatasan anggaran, hambatan birokrasi, atau ketidaksesuaian program dengan kebutuhan lokal. Evaluasi terhadap implementasi program pelatihan di Maroko menunjukkan bahwa efektivitas program dapat menurun terutama di wilayah rural atau daerah dengan akses terbatas. Nilai μ_0 yang tinggi menunjukkan risiko penurunan keberlanjutan program karena tidak mendapat dukungan atau tidak relevan secara kontekstual.

Berdasarkan diagram kompartemen yang telah dibentuk, diperoleh sistem persamaan diferensial yang menggambarkan dinamika pengangguran struktural ($U_s(t)$), pengangguran siklikal ($U_c(t)$), tenaga kerja aktif ($\varepsilon(t)$), pelatihan keterampilan ($M(t)$), dan kebijakan pemerintah ($P(t)$). Sistem ini merupakan bentuk modifikasi dari model dasar dengan memasukkan pengaruh langsung dan tidak langsung dari kebijakan publik.

Persamaan diferensial dalam modifikasi model adalah sebagai berikut:

$$\frac{dU_s(t)}{dt} = A - \alpha_1 U_s(t)(\varepsilon_a - \varepsilon) + \gamma\varepsilon(t) + \alpha_3 U_c(t) - \mu_1 U_s(t) - \lambda U_s(t) \tag{4.1}$$

$$\frac{dU_c(t)}{dt} = -\left(\alpha_2 + \frac{\beta M(t)}{H + M(t)}\right) U_c(t)(\varepsilon_a - \varepsilon) + \alpha\varepsilon(t) + \alpha_3 U_s(t) - \mu_2 U_c(t) - \lambda_0 U_c(t) P(t) \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon(t)}{dt} &= \alpha_1 U_s(t)(\varepsilon_a - \varepsilon) + \left(\alpha_2 + \frac{\beta M(t)}{H + M(t)}\right) U_c(t)(\varepsilon_a - \varepsilon) + \lambda U_s(t) + \lambda_0 U_c(t) P(t) \\ &\quad - \gamma\varepsilon(t) - \alpha\varepsilon(t) - \mu_2\varepsilon(t)\end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \theta U_c(t) - \theta_0(M(t) - M_0) \tag{4.4}$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = \mu\varepsilon(t) - \mu_0 P(t) \tag{4.5}$$

Interpretasi:

- Persamaan (4.1): menggambarkan dinamika pengangguran struktural $U_s(t)$ dengan pengaruh masuknya pengangguran baru, konversi ke tenaga kerja, serta efek kebijakan pemerintah.
- Persamaan (4.2): menunjukkan perubahan pengangguran siklikal $U_c(t)$ akibat pelatihan keterampilan dan insentif kebijakan.
- Persamaan (4.3): menjelaskan dinamika jumlah pekerja aktif $\varepsilon(t)$ yang dipengaruhi oleh aliran dari U_s, U_c, dan efek kebijakan.
- Persamaan (4.4): memodelkan perubahan kapasitas pelatihan keterampilan $M(t)$ sebagai fungsi dari $U_c(t)$ dan penurunan alami pelatihan.
- Persamaan (4.5): menunjukkan perubahan intensitas kebijakan pemerintah $P(t)$ berdasarkan tekanan dari tenaga kerja aktif.

Untuk menyederhanakan sistem dan mempermudah analisis, digunakan substitusi:

$$\varepsilon_a := \varepsilon_a - \varepsilon, \quad \beta := \alpha_2 + \frac{\beta M(t)}{H + M(t)}$$

Maka sistem diferensial dapat dituliskan ulang menjadi:

$$\frac{dU_s}{dt} = A - \alpha_1 U_s \varepsilon_a + \gamma\varepsilon + \alpha_3 U_c - \mu_1 U_s - \lambda U_s \tag{4.6}$$
$$\frac{dU_c}{dt} = -\beta U_c \varepsilon_a + \alpha\varepsilon + \alpha_3 U_s - \mu_2 U_c - \lambda_0 U_c P \tag{4.7}$$
$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (\alpha_1 U_s + \beta U_c)\varepsilon_a + \lambda U_s + \lambda_0 U_c P - (\gamma + \alpha + \mu_2)\varepsilon \tag{4.8}$$
$$\frac{dM}{dt} = \theta U_c - \theta_0 (M - M_0) \tag{4.9}$$
$$\frac{dP}{dt} = \mu\varepsilon - \mu_0 P \tag{4.10}$$

Dengan kondisi awal:

$$U_s(0) \geq 0, \quad U_c(0) \geq 0, \quad \varepsilon(0) \geq 0, \quad M(0) \geq 0, \quad P(0) \geq 0$$

Model ini kemudian digunakan sebagai dasar untuk analisis kestabilan dan simulasi numerik pengaruh kebijakan terhadap dinamika pengangguran di Maroko.

3.2 Titik Keseimbangan dan Analisis Awal

Titik kesetimbangan adalah kondisi di mana sistem berada dalam keadaan stabil, yaitu tidak terdapat perubahan dalam jumlah pengangguran struktural (U_s), pengangguran siklikal (U_c), pekerja (ε), pelatihan keterampilan (M), dan kebijakan pemerintah (P). Titik ini diperoleh dengan mensubstitusi:

$$\frac{dU_s}{dt} = 0, \quad \frac{dU_c}{dt} = 0, \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = 0, \quad \frac{dM}{dt} = 0, \quad \frac{dP}{dt} = 0$$

ke dalam sistem persamaan diferensial yang telah disederhanakan. Sehingga diperoleh sistem aljabar berikut:

$$A - \alpha_1 U_s \varepsilon_a + \gamma\varepsilon + \alpha_3 U_c - \mu_1 U_s - \lambda U_s = 0 \tag{4.8}$$
$$-\beta U_c \varepsilon_a + \alpha\varepsilon + \alpha_3 U_s - \mu_2 U_c - \lambda_0 U_c P = 0 \tag{4.9}$$
$$(\alpha_1 U_s + \beta U_c)\varepsilon_a + \lambda U_s + \lambda_0 U_c P - (\gamma + \alpha + \mu_2)\varepsilon = 0 \tag{4.10}$$
$$\theta U_c - \theta_0 (M - M_0) = 0 \tag{4.11}$$
$$\mu\varepsilon - \mu_0 P = 0 \tag{4.12}$$

Dengan mengasumsikan bahwa:

$$U_s = 0 \quad \text{dan} \quad U_c = 0$$

maka persamaan-persamaan di atas menjadi:

- Substitusi ke Persamaan (4.8):

$$A - 0 + \gamma\varepsilon + 0 - 0 - 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad A - \gamma\varepsilon = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{A}{\gamma}$$

  Agar $\varepsilon \geq 0$, maka $A = 0$ diperlukan.

- Substitusi ke Persamaan (4.9):

$$0 + \alpha\varepsilon + 0 - 0 - 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha\varepsilon = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 0$$

- Substitusi ke Persamaan (4.10):

$$0+0+0-(\gamma+\alpha+\mu_2)\varepsilon=0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon=0$$

  Karena $\lambda > 0$, maka $\varepsilon = 0$. Namun secara teoritis dalam konteks pasar tenaga kerja, nilai ε tidak dapat nol mutlak. Oleh karena itu, diperlukan penyesuaian nilai parameter untuk menghasilkan nilai $\varepsilon > 0$ pada titik kesetimbangan.
- Substitusi ke Persamaan (4.11):

$$0-\theta_0(M-M_0)=0 \quad \Rightarrow \quad M=M_0$$

- Substitusi ke Persamaan (4.12):

$$\mu\cdot 0-\mu_0 P=0 \quad \Rightarrow \quad P=0$$

Dengan demikian, diperoleh titik kesetimbangan sistem sebagai berikut:

$$(U_s,U_c,\varepsilon,M,P)=(0,0,0,M_0,0)$$

3.3 Analisis Kestabilan Lokal

Matriks Jacobian J untuk sistem dapat dihitung dengan mengambil turunan parsial dari setiap fungsi diferensial terhadap variabel keadaan U_s, U_c, ε, M, dan P. Matriks ini berukuran 5×5 dan masing-masing elemennya adalah $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$, di mana f_i adalah fungsi diferensial dan x_j adalah variabel sistem.

Sebagai contoh, turunan parsial dari beberapa fungsi adalah:

$$\frac{\partial f_1}{\partial U_s}=-\alpha_1(\varepsilon_a-\varepsilon)-\mu_1-\lambda$$
$$\frac{\partial f_1}{\partial U_c}=\alpha_3$$
$$\frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon}=\gamma$$

Langkah serupa dilakukan untuk semua fungsi untuk membentuk matriks Jacobian penuh.

Maka, struktur umum dari Jacobian J adalah:

$$J=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_s} & \frac{\partial f_1}{\partial U_c} & \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_1}{\partial M} & \frac{\partial f_1}{\partial P} \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_s} & \frac{\partial f_2}{\partial U_c} & \frac{\partial f_2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_2}{\partial M} & \frac{\partial f_2}{\partial P} \\ \frac{\partial f_3}{\partial U_s} & \frac{\partial f_3}{\partial U_c} & \frac{\partial f_3}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_3}{\partial M} & \frac{\partial f_3}{\partial P} \\ \frac{\partial f_4}{\partial U_s} & \frac{\partial f_4}{\partial U_c} & \frac{\partial f_4}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_4}{\partial M} & \frac{\partial f_4}{\partial P} \\ \frac{\partial f_5}{\partial U_s} & \frac{\partial f_5}{\partial U_c} & \frac{\partial f_5}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial f_5}{\partial M} & \frac{\partial f_5}{\partial P} \end{bmatrix}$$

Setelah dilakukan substitusi terhadap nilai titik kesetimbangan dan parameter dari Tabel 2, diperoleh matriks Jacobian numerik berikut:

$$J_{\text{num}}=\begin{bmatrix} -2.1024 & 0.008 & 0.1024 & 0 & 0 \\ 0.008 & -1.10872 & 0.20872 & 0.1 & 0 \\ 0.009 & 8.069 & -9.678 & 0 & 0.005 \\ 0 & -0.000798 & 0.000798 & -0.9 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & -0.02 \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan kestabilan sistem, dilakukan perhitungan nilai eigen λ dari matriks J dengan menyelesaikan karakteristik determinan berikut:

$$\det(J-\lambda I)=0$$

$$\det(J - \lambda I) = 0$$

yaitu:

$$\det\left(\begin{bmatrix} -2.1024-\lambda & 0.008 & 0.1024 & 0 & 0 \\ 0.008 & -1.10872-\lambda & 0.20872 & 0.1 & 0 \\ 0.009 & 8.069 & -9.678-\lambda & 0 & 0.005 \\ 0 & -0.000798 & 0.000798 & -0.9-\lambda & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & -0.02-\lambda \end{bmatrix}\right) = 0$$

Hasil perhitungan nilai eigen dari J_{num} adalah sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -0.987, \quad \lambda_2 = -2.10, \quad \lambda_3 = -0.915, \quad \lambda_4 = -0.900, \quad \lambda_5 = -0.00175$$

Karena seluruh nilai eigen memiliki bagian real negatif, maka sistem dinyatakan **stabil secara lokal** di sekitar titik kesetimbangan. Ini berarti bahwa jika sistem mengalami gangguan kecil, maka dinamika sistem akan kembali menuju titik kesetimbangan tersebut.

3.4 Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Menghitung bilangan reproduksi dasar R_0 dapat dilakukan dengan pendekatan *Next Generation Matrix*. Langkah-langkahnya sebagai berikut:

Variabel yang berkaitan langsung dalam dinamika "penularan pengangguran" dalam model ini adalah U_s, U_c, dan P. Namun, untuk kepentingan reduksi dimensi dan kemudahan perhitungan R_0, kita fokus pada U_s dan U_c.

Linierisasi sistem pada titik kesetimbangan menghasilkan Jacobian tereduksi:

$$J = \begin{bmatrix} -\alpha_1\varepsilon_a - \mu_1 & \alpha_3 \\ \alpha_3 & -\beta\varepsilon_a - \mu_2 \end{bmatrix}$$

Matriks infeksi baru F dan transisi V didefinisikan sebagai:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_3 \\ \alpha_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} \alpha_1\varepsilon_a + \mu_1 & 0 \\ 0 & \beta\varepsilon_a + \mu_2 \end{bmatrix}$$

Invers dari V karena bentuknya diagonal adalah:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_1\varepsilon_a+\mu_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta\varepsilon_a+\mu_2} \end{bmatrix}$$

$$K = FV^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_3}{\beta\varepsilon_a+\mu_2} \\ \frac{\alpha_3}{\alpha_1\varepsilon_a+\mu_1} & 0 \end{bmatrix}$$

Karena bentuk K adalah:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \rho(K) = \sqrt{ab}$$

dengan:

$$a = \frac{\alpha_3}{\beta\varepsilon_a + \mu_2}, \quad b = \frac{\alpha_3}{\alpha_1\varepsilon_a + \mu_1}$$

Didefinisikan bahwa:

$$a = \frac{\alpha_3}{\beta\varepsilon_a + \mu_2}, \quad b = \frac{\alpha_3}{\alpha_1\varepsilon_a + \mu_1}$$

Maka, bilangan reproduksi dasar diperoleh dari:

$$R_0 = \rho(K) = \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{\alpha_3^2}{(\alpha_1\varepsilon_a + \mu_1)(\beta\varepsilon_a + \mu_2)}}$$

Didefinisikan bahwa:

$$a = \frac{\alpha_3}{\beta\varepsilon_a + \mu_2}, \quad b = \frac{\alpha_3}{\alpha_1\varepsilon_a + \mu_1}$$

Maka:

$$R_0 = \rho(K) = \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{\alpha_3^2}{(\alpha_1\varepsilon_a + \mu_1)(\beta\varepsilon_a + \mu_2)}}$$

Hitung:

$$\begin{aligned}
\alpha_3^2 &= (0.009)^2 = 0.000081 \\
\alpha_1\varepsilon_a + \mu_1 &= 0.0004 \cdot 0.65 + 2 = 0.00026 + 2 = 2.00026 \\
\beta\varepsilon_a + \mu_2 &= 0.0009 \cdot 0.65 + 0.9 = 0.000585 + 0.9 = 0.900585 \\
ab &= \frac{0.000081}{(2.00026)(0.900585)} \approx 4.494 \times 10^{-5} \\
R_0 &= \sqrt{ab} = \sqrt{4.494 \times 10^{-5}} \approx 0.0067
\end{aligned}$$

Sehingga:

$$R_0 = \sqrt{ab} \approx 0.0067 < 1$$

Kesimpulan:

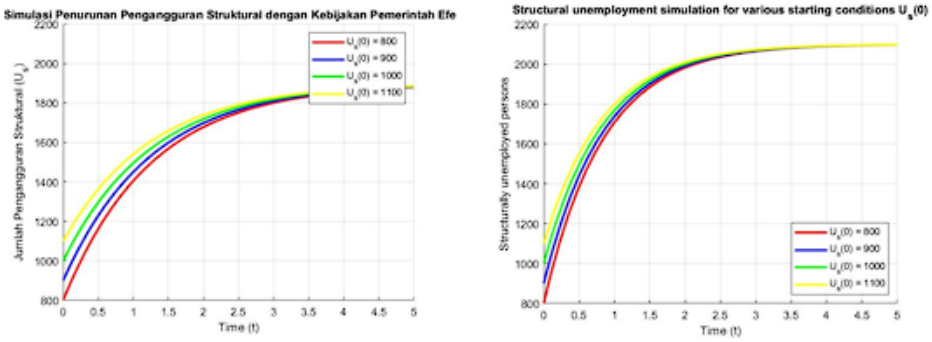
$$R_0 \approx 0.0067 < 1$$

Interpretasi:

- Stabilitas Lokal Sistem:
  Sistem berada dalam keadaan stabil secara lokal. Artinya, jika terjadi gangguan kecil (misalnya satu tambahan penganggur), maka sistem akan kembali ke keadaan seimbang tanpa terjadi ledakan jumlah pengangguran.
- Tidak Terjadi Reproduksi Pengangguran:
  Nilai $R_0 < 1$ menunjukkan bahwa satu penganggur tidak akan menghasilkan penganggur baru. Dengan kata lain, pengangguran tidak berkembang biak dalam sistem. Ini adalah indikator suksesnya intervensi kebijakan, seperti pelatihan keterampilan, konversi ke pekerjaan informal, atau transisi antar sektor.
- Efektivitas Kebijakan Pemerintah:
  Nilai R_0 yang sangat kecil (≈ 0.0067) mengindikasikan bahwa intervensi program pelatihan dan transisi kerja sangat efektif, khususnya pada pengangguran konjungtural maupun struktural.

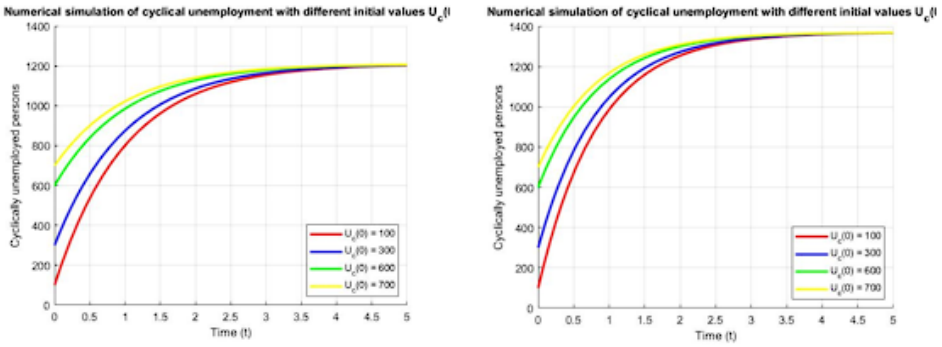
3.5 Simulasi Numerik

Dalam penelitian ini, simulasi dilakukan untuk menggambarkan pengaruh kebijakan pemerintah menggunakan model matematika, yaitu model $U_s, U_c, \varepsilon, M, P$. Pada simulasi ini, nilai parameter sesuai tabel Tabel 2. kemudian menginput model, serta nilai awal dan parameter pada software Matlab sehinnga diperoleh grafik sebagai berikut:



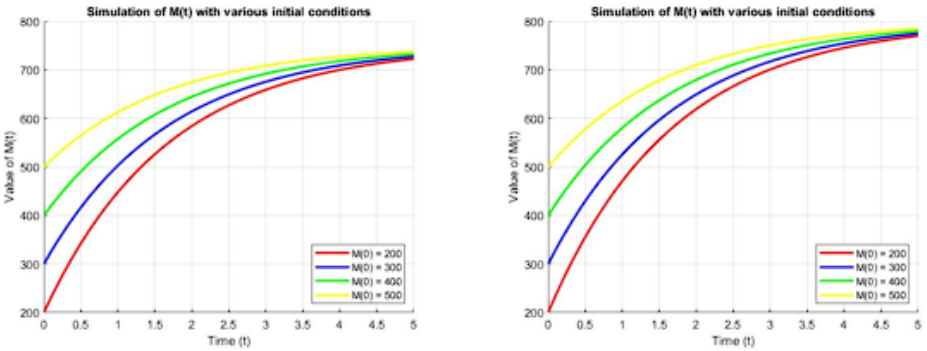
Gambar 3: Perbandingan grafik U_s dengan hasil modifikasi

Kebijakan pemerintah efektif dan pelatihan keterampilan meningkatkan kemampuan tenaga kerja, sehingga banyak pengangguran struktural berhasil terserap kembali ke pasar kerja.



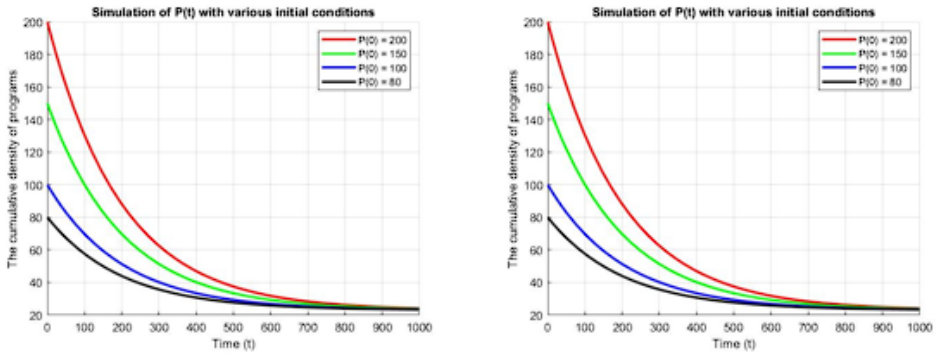
Gambar 4: Perbandingan grafik U_c dengan hasil modifikasi

Perbaikan kondisi ekonomi dan program stimulus mengurangi fluktuasi ekonomi, sehingga pengangguran siklikal berkurang karena permintaan tenaga kerja meningkat.



Gambar 5: Perbandingan grafik ε dengan hasil modifikasi

Setelah fase awal intensif, program pelatihan mulai mengalami penurunan kebutuhan karena sebagian besar tenaga kerja sudah mendapat pelatihan, atau karena efisiensi penggunaan program meningkat.



Gambar 6: Perbandingan grafik U_c dengan hasil modifikasi

Pemerintah meningkatkan intensitas kebijakan dan alokasi sumber daya untuk mendukung penyerapan tenaga kerja dan pengembangan keterampilan, sebagai respons terhadap kebutuhan pasar kerja.

Simulasi dilakukan menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk menganalisis dinamika sistem terhadap variasi parameter kebijakan dan pelatihan. Hasil simulasi menunjukkan:

- Peningkatan intensitas kebijakan (P) mempercepat penurunan U_s.
- Efektivitas pelatihan (M) mendorong transisi dari U_c ke ε.
- Sistem menunjukkan konvergensi menuju titik stabil jika kebijakan dan pelatihan ditingkatkan secara simultan.

4 Kesimpulan

Model matematika yang dikembangkan dalam penelitian ini menunjukkan bahwa kebijakan pemerintah, khususnya pelatihan keterampilan dan insentif kerja, berperan signifikan dalam menurunkan tingkat pengangguran struktural dan siklikal. Analisis sistem menunjukkan bahwa intervensi kebijakan dapat menjaga stabilitas pasar tenaga kerja dan mendorong transisi tenaga kerja secara efektif, terutama di negara berkembang seperti Maroko dan Indonesia.

Daftar Pustaka

[1] Reuters, "Morocco unemployment crisis grows as drought hits jobs," *Reuters News*, 2024, Accessed June 2025. Available online.

[2] OECD, *OECD Economic Surveys: Morocco 2024*. Paris: OECD Publishing, 2024. DOI: 10.1787/eco_surveys-mar-2024-en Available online.

[3] ANAPEC, *Programmes d'insertion professionnelle: Forsa, idmaj et taehil*, https://www.anapec.org/sigec-app-rv/telechargement.jsp?id_document=173, Accessed June 2025, 2023.

[4] OFPPT, *Programme des cités des métiers et des compétences (cmc)*, https://www.ofppt.ma/sites/default/files/2023-03/dossier_presse_cmc_fr.pdf, Accessed June 2025, 2023.

[5] OECD, *Agro-food jobs for youth in morocco: Targeting employment policies*, https://www.oecd-ilibrary.org/employment/agro-food-jobs-for-youth-in-morocco_f60ce1e4-en, Accessed June 2025, 2023.

[6] World Bank, *Overcoming barriers to youth employment in morocco*, https://documents.worldbank.org/en/publication/documents-reports/documentdetail/703371682535867445, Accessed June 2025, 2023.

[7] OECD, *Oecd employment outlook: Morocco*, https://www.oecd.org/employment-outlook/, Accessed June 2025, 2024.

[8] E. Yahyaoui and Amine, "Mathematical modeling of unemployment dynamics with skills development and cyclical effects," *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*, vol. 11, 2024. DOI: 10.1016/j.padiff.2024.100800 Available online.

[9] M. Battaglini and S. Coate, "Fiscal policy and unemployment," *NBER Working Paper Series*, no. w17562, 2011. Available online.

[10] R. T. Watson and J. Webster, "Analysing the past to prepare for the future: Writing a literature review a roadmap for release 2.0," *Journal of Decision Systems*, vol. 29, no. 3, pp. 129–147, 2020. DOI: 10.1080/12460125.2020.1798591

[11] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th. Prentice Hall, 2010.

[12] G. Pathan and P. H. Bhathawala, "Mathematical model for unemployment control—a numerical study," *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, vol. 49, no. 4, pp. 253–259, 2017. DOI: 10.14445/22315373/IJMTT-V49P538

[13] Inderjeet and R. Bhardwaj, *Numerical simulation of ordinary differential equation by euler and runge–kutta technique*, https://doi.org/10.55529/jecnam.36.8.17, 2023.

[14] G. K. Chelulei, *Application of runge–kutta methods for solving nonlinear systems of ordinary differential equations to unemployment model*, University of Nairobi Thesis, 2020.

[15] Wikipedia contributors, *Numerical methods for ordinary differential equations*, https://en.wikipedia.org/wiki/Numerical_methods_for_ordinary_differential_equations, 2025.

[16] Wikipedia contributors, *Runge–kutta–fehlberg method*, https://en.wikipedia.org/wiki/RungeâĂŞKuttaâĂŞFehlberg_method, 2025.