JRMM – Jurnal Riset Mahasiswa Matematika, Volume 6 (1) (2026), Pages 21-26

Research Article

Optimasi Distribusi Air Bersih PDAM Bone Bolango dengan *Preemptive Goal Programming*

Siskawaty M. Potale*, Novianita Achmad, dan Isran K. Hasan

Program Studi Matematika, Universitas Negeri Gorontalo, Indonesia

Article History

Submitted: 16 Mei 2026
Reviewed: 7 Agustus 2026
Accepted: 26 Oktober 2026
Published: 31 Oktober 2026

Check for updates

Copyright ℓ 2026 by Authors, Published by JRMM Group. This is an open access article under the CC BY-SA License.

Abstract. Limited water treatment plant (WTP) capacity requires physically feasible water allocation. This study applies preemptive goal programming to water distribution at PDAM Bone Bolango. Plant capacities and upper demand bounds are enforced as hard constraints, while minimum service, deviation from demand, and revenue are optimized lexicographically. The successive priorities minimize the maximum relative shortfall from an 80% service target, minimize aggregate relative demand deviation, and minimize revenue shortfall. Data cover six WTPs and six customer categories. The linear programs are solved using Python and SciPy. The resulting allocation is approximately 263,065.564 m^3/month, without capacity violations, yielding revenue of IDR 1,817,495,520.24. Eleven of 36 WTP–customer-category pairs remain below the 80% service target. The historical revenue target of IDR 4,024,300,000 is unattainable under the modeled capacities and demand bounds. Differences in the scope of historical revenue and modeled operations limit direct operational interpretation.

Keywords: Goal programming; Linear optimization; Production capacity; Water distribution

Abstrak. Keterbatasan kapasitas Instalasi Pengolahan Air (IPA) menuntut alokasi air bersih yang memenuhi kendala fisik. Penelitian ini menerapkan *preemptive goal programming* untuk distribusi air bersih PDAM Bone Bolango. Kapasitas IPA dan batas atas permintaan diperlakukan sebagai kendala keras, sedangkan target pelayanan minimum, deviasi permintaan, dan pendapatan dioptimalkan secara leksikografis. Prioritas berturut-turut adalah meminimalkan kekurangan relatif terbesar dari target layanan 80%, meminimalkan jumlah deviasi relatif permintaan, dan meminimalkan kekurangan pendapatan. Data mencakup enam IPA dan enam kategori pelanggan. Program linear diselesaikan menggunakan Python dan SciPy. Solusi menghasilkan distribusi sekitar 263.065,564 m^3/bulan tanpa pelanggaran kapasitas dan pendapatan sekitar Rp1.817.495.520,24. Sebanyak 11 dari 36 pasangan IPA–kategori pelanggan berada di bawah target layanan 80%. Target pendapatan historis Rp4.024.300.000 tidak dapat dicapai berdasarkan kapasitas dan batas permintaan dalam model. Perbedaan lingkup pendapatan historis dan operasi yang dimodelkan membatasi penerapan langsung hasil penelitian.

Kata kunci: Distribusi air bersih; Goal programming; Kapasitas produksi; Optimasi linear

1. Pendahuluan

Air bersih merupakan kebutuhan dasar masyarakat. Seiring pertumbuhan jumlah penduduk dan pelanggan, kebutuhan air bersih meningkat sehingga perencanaan produksi dan distribusi perlu mempertimbangkan keterbatasan infrastruktur. Riset operasi menyediakan pendekatan matematis untuk pengambilan keputusan mengenai penggunaan sumber daya terbatas [1].

Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) bertugas menyediakan dan mendistribusikan air bersih kepada masyarakat. Keterbatasan kapasitas Instalasi Pengolahan Air (IPA) merupakan kendala operasional yang tidak dapat diatasi hanya dengan memperbolehkan penyimpangan positif dari batas produksi. Oleh sebab itu, keluaran model harus memenuhi batas kapasitas agar alokasi yang disarankan layak secara fisik.

Berbagai penelitian optimasi air bersih telah mengembangkan model dengan kendala operasional yang semakin rinci. Thomas dan Sela [2] mengembangkan kerangka pemrograman linear bilangan bulat campuran untuk operasi jaringan distribusi air. Brentan dkk. [3] menelaah optimasi operasi pompa dengan mempertimbangkan efisiensi energi, kualitas air, dan kendala operasional. Perelman dkk. [4] mengkaji alokasi anggaran perbaikan jaringan ketika pasokan berlangsung secara berselang. Berbeda dari studi berbasis jaringan tersebut, penelitian ini menggunakan data agregat per IPA dan kategori pelanggan; aspek hidraulika jaringan tidak dimodelkan.

Salah satu pendekatan untuk menangani beberapa sasaran adalah *goal programming*. Kawulusan dkk. [5] menggunakan *preemptive goal programming* pada optimasi produksi air bersih, sedangkan Sualang dkk. [6] membahas optimasi produksi air pada perusahaan penyedia air lainnya. Penerapan *goal programming* pada perencanaan produksi juga dibahas oleh Sinsu dan Aryanny [7] serta Pradjaningsih dkk. [8]. Perbedaan antara sasaran yang boleh menyimpang dan kendala fisik yang wajib dipenuhi menjadi penting ketika ketersediaan air lebih kecil daripada permintaan.

Dalam konteks Indonesia, Safitri dan Winanda [9] menerapkan *non-preemptive goal programming* pada produksi air bersih PDAM Kota Padang Panjang. Becker dkk. [10] menjelaskan bahwa pendekatan leksikografis mengoptimalkan sasaran menurut tingkat kepentingan dan mempertahankan pencapaian prioritas lebih tinggi pada tahap berikutnya. Struktur tersebut relevan ketika batas kapasitas perlu dibedakan secara tegas dari sasaran pelayanan dan pendapatan.

Kajian yang lebih luas juga menunjukkan pentingnya pengujian asumsi model. Taheri dan Pishvaee [11] mempertim-

Corresponding author's email: potalesisksa.m07@gmail.com
DOI: https://doi.org/10.18860/jrmm.v6i1.41747 / p-ISSN: 2808-1552 | e-ISSN: 2808-4926 (BRIN | ISSN Portal)

bangkan risiko gangguan jaringan melalui optimasi robust, sedangkan Salomons dkk. [12] membahas operasi jaringan di bawah ketidakpastian permintaan. Musabandesu dan Mauter [13] mengkaji kompromi beberapa sasaran operasional pada sistem distribusi, dan Chang dkk. [14] mempertimbangkan pemerataan dalam alokasi air irigasi. Penelitian-penelitian tersebut tidak menggunakan formulasi yang identik dengan kajian ini, tetapi memberikan konteks bagi pemilihan prioritas pelayanan serta pengakuan atas keterbatasan model deterministik.

Penelitian ini bertujuan (1) merumuskan model distribusi air bersih yang mematuhi kapasitas enam IPA dan batas maksimum permintaan, (2) memperoleh alokasi berdasarkan prioritas pelayanan minimum, deviasi permintaan, dan pendapatan, serta (3) mengevaluasi ketercapaian tiap sasaran dan keterbatasan data. Kontribusi kajian bersifat terapan pada data PDAM Bone Bolango, dengan penekanan pada kelayakan solusi dan keterulangan perhitungan. Penelitian ini tidak mengusulkan algoritma optimasi baru.

2. Konsep Dasar

2.1. Program Linear dan Riset Operasi

Program linear mengoptimalkan fungsi tujuan linear dengan kendala persamaan atau pertidaksamaan linear [1], [15]. Dalam masalah distribusi air, kendala kapasitas merepresentasikan batas fisik, sedangkan sasaran permintaan dan pendapatan dapat saja tidak tercapai secara penuh.

2.2. *Goal Programming* dan Prioritas

Bentuk umum suatu kendala sasaran adalah

$$f_r(\boldsymbol{x}) + d_r^- - d_r^+ = b_r, \qquad d_r^-, d_r^+ \geq 0, \tag{1}$$

dengan $f_r(\boldsymbol{x})$ sebagai nilai pencapaian sasaran ke-r, b_r sebagai target sasaran, d_r^- sebagai deviasi kekurangan, dan d_r^+ sebagai deviasi kelebihan. Pada *weighted goal programming*, deviasi dijumlahkan setelah pembobotan atau normalisasi yang sesuai; pada *preemptive goal programming*, sasaran dioptimalkan menurut urutan prioritas tanpa membiarkan perbaikan prioritas rendah memperburuk nilai optimal prioritas tinggi [5], [16]. Kajian ini memakai pendekatan kedua agar deviasi volume (m^3) dan pendapatan (Rp) tidak dijumlahkan langsung [10].

3. Metode

3.1. Data, Asumsi, dan Variabel

Data sekunder yang digunakan meliputi permintaan air bersih untuk enam kategori pelanggan, tarif menurut IPA dan kategori, kapasitas produksi enam IPA, serta pendapatan historis PDAM Bone Bolango. Tabel permintaan, tarif, dan kapasitas menjadi dasar perumusan model alokasi. Periode dan cakupan pendapatan historis tidak dapat dipastikan identik dengan data permintaan dan kapasitas enam IPA; karena itu, target pendapatan diperlakukan sebagai acuan evaluasi skenario, bukan kewajiban yang harus dipenuhi.

Misalkan $I = \{A, B, C, D, E, F\}$ menyatakan IPA Ulanta, Langge, Longalo, Uwambangan, Kabila Bone, dan Bilungala, sedangkan $J = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ berturut-turut menyatakan rumah tangga, instansi pemerintah, khusus, industri, sosial, dan niaga. Parameter $D_{ij} > 0$ merupakan permintaan (m^3/bulan), p_{ij} tarif (Rp/m^3), Q_i kapasitas IPA (m^3/bulan), $L_{ij} = 0{,}8D_{ij}$ target layanan minimum, dan $U_{ij} = 1{,}2D_{ij}$ batas atas distribusi. Variabel keputusan x_{ij} merupakan distribusi (m^3/bulan) dari IPA i kepada kategori j.

Nilai kapasitas liter/detik dikonversi menggunakan asumsi operasi 24 jam sehari dan 30 hari per bulan, yaitu $Q_i = 2592\, q_i$ untuk q_i dalam liter/detik. Persentase 80% dan 120% dipertahankan dari rancangan penelitian awal sebagai kebijakan pemodelan; keduanya belum dibuktikan sebagai standar resmi PDAM. Nilai L_{ij} diperlakukan sebagai sasaran *lunak*, bukan kewajiban yang dijamin terpenuhi.

3.2. Formulasi Model

Kendala keras. Setiap IPA dibatasi oleh kapasitas produksinya:

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq Q_i, \qquad i \in I. \tag{2}$$

Batas distribusi setiap kategori adalah

$$0 \leq x_{ij} \leq U_{ij} = 1{,}2D_{ij}, \qquad i \in I,\ j \in J. \tag{3}$$

Dengan demikian, model tidak mengizinkan deviasi positif terhadap kapasitas atau batas atas distribusi.

Prioritas pertama, pemerataan pemenuhan layanan minimum. Jika z adalah kekurangan relatif terbesar terhadap L_{ij}, prioritas pertama adalah

$$\begin{aligned} P_1 :\quad & \min z \\ \text{dengan } & x_{ij} + L_{ij} z \geq L_{ij} \quad (i \in I, j \in J), \\ & 0 \leq z \leq 1. \end{aligned} \tag{4}$$

Besaran $1 - z$ merepresentasikan proporsi minimum dari L_{ij} yang dapat dijamin serentak. Pemilihan prioritas ini merupakan asumsi kebijakan pemerataan, bukan prioritas yang dinyatakan secara resmi oleh PDAM.

Prioritas kedua, deviasi relatif permintaan. Definisikan variabel deviasi $n_{ij}^-, n_{ij}^+ \geq 0$ dengan

$$x_{ij} + n_{ij}^- - n_{ij}^+ = D_{ij}. \tag{5}$$

Setelah nilai optimal z^* diperoleh, optimasi kedua adalah

$$P_2 :\quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \frac{n_{ij}^- + n_{ij}^+}{D_{ij}}, \qquad z \leq z^* + \varepsilon_1. \tag{6}$$

Pembagian dengan D_{ij} menormalkan deviasi ke besaran tanpa satuan sehingga kategori dengan skala permintaan berbeda dapat diperbandingkan.

Prioritas ketiga, pendapatan. Pendapatan total adalah

$$R(\boldsymbol{x}) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} p_{ij} x_{ij}. \tag{7}$$

Untuk target historis $T = \text{Rp}\,4.024.300.000$, diperkenalkan $r^-, r^+ \geq 0$ dengan $R(\boldsymbol{x}) + r^- - r^+ = T$. Sasaran ketiga adalah $P_3 : \min r^-/T$, ekuivalen dengan memaksimalkan $R(\boldsymbol{x})$ ketika $R(\boldsymbol{x}) < T$, dengan dua prioritas terdahulu dipertahankan, yakni $z \leq z^* + \varepsilon_1$ dan $P_2 \leq P_2^* + \varepsilon_2$. Tidak ada penjumlahan deviasi rupiah dengan deviasi volume.

3.3. Prosedur Penyelesaian dan Verifikasi

Tiga program linear diselesaikan berurutan menggunakan `scipy.optimize.linprog` dengan metode `highs`. Variabel ternormalisasi $y_{ij} = x_{ij}/D_{ij}$ dan deviasi relatif digunakan untuk mengurangi perbedaan orde koefisien. Toleransi penguncian ditetapkan $\varepsilon_1 = 10^{-10}$ dan $\varepsilon_2 = 10^{-9}$, sedangkan toleransi kelayakan primal dan dual ditetapkan 10^{-9}. Nilai hasil optimasi diperiksa terhadap kendala kapasitas pada Persamaan (2), batas distribusi pada Persamaan (3), serta ketiga fungsi tujuan. Seluruh data masukan dan ringkasan hasil yang diperlukan untuk menafsirkan model disajikan pada bagian hasil dan pembahasan.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1. Data Penelitian

Permintaan air bersih. Tabel 1 menampilkan permintaan untuk enam kategori pelanggan pada setiap IPA dalam m^3/bulan. Semua nilai dijadikan acuan perhitungan, termasuk Niaga–Uwambangan sebesar 2.130,900 m^3/bulan dan Niaga–Ulanta sebesar 45.210,350 m^3/bulan.

Tabel 1: Permintaan air bersih (m^3/bulan)

Kategori	Ulanta	Langge	Longalo	Uwambangan	Kabila Bone	Bilungala
Rumah tangga	195.302,510	132.489,120	47.213,004	60.201,315	11.190,475	53.240,990
Instansi pemerintah	13.111,445	6.492,520	6.789,800	1.402,765	420,380	1.098,340
Khusus	392,210	309,570	212,470	138,900	68,410	94,150
Industri	1.402,345	245,360	490,100	113,200	55,670	201,180
Sosial	639,470	402,115	240,550	149,200	31,275	84,630
Niaga	45.210,350	4.998,120	14.870,220	2.130,900	43,210	58,920

Batas layanan minimum dan maksimum. Tabel 2 dan Tabel 3 menyajikan batas pelayanan yang ditentukan dari $0{,}8D_{ij}$ dan $1{,}2D_{ij}$. Sebagai contoh, batas minimum kategori niaga di IPA Ulanta adalah 36.168,280 m^3/bulan, sedangkan di IPA Uwambangan sebesar 1.704,720 m^3/bulan. Setiap nilai batas mengikuti besaran permintaan pada Tabel 1.

Tabel 2: Target layanan minimum $L_{ij} = 0{,}8D_{ij}$ (m^3/bulan)

Kategori	Ulanta	Langge	Longalo	Uwambangan	Kabila Bone	Bilungala
Rumah tangga	156.242,008	105.991,296	37.770,403	48.161,052	8.952,380	42.592,792
Instansi pemerintah	10.489,156	5.194,016	5.431,840	1.122,212	336,304	878,672
Khusus	313,768	247,656	169,976	111,120	54,728	75,320
Industri	1.121,876	196,288	392,080	90,560	44,536	160,944
Sosial	511,576	321,692	192,440	119,360	25,020	67,704
Niaga	36.168,280	3.998,496	11.896,176	1.704,720	34,568	47,136

Tabel 3: Batas atas distribusi $U_{ij} = 1{,}2D_{ij}$ (m^3/bulan)

Kategori	Ulanta	Langge	Longalo	Uwambangan	Kabila Bone	Bilungala
Rumah tangga	234.363,012	158.986,944	56.655,605	72.241,578	13.428,570	63.889,188
Instansi pemerintah	15.733,734	7.791,024	8.147,760	1.683,318	504,456	1.318,008
Khusus	470,652	371,484	254,964	166,680	82,092	112,980
Industri	1.682,814	294,432	588,120	135,840	66,804	241,416
Sosial	767,364	482,538	288,660	179,040	37,530	101,556
Niaga	54.252,420	5.997,744	17.844,264	2.557,080	51,852	70,704

Tarif air bersih. Tabel 4 menyajikan tarif berbeda menurut IPA dan kategori pelanggan. Koefisien dalam Persamaan (7) menggunakan pasangan indeks yang sama dengan matriks distribusi. Secara khusus, koefisien x_{A2} adalah Rp4.450 dan koefisien x_{D6} adalah Rp13.500, sesuai tarif instansi pemerintah di Ulanta dan niaga di Uwambangan.

Tabel 4: Tarif penjualan air bersih (Rp/m^3)

Kategori	Ulanta	Langge	Longalo	Uwambangan	Kabila Bone	Bilungala
Rumah tangga	6.150	5.700	6.950	6.200	8.100	7.550
Instansi pemerintah	4.450	8.800	10.200	8.150	13.650	14.750
Khusus	6.000	5.550	6.700	6.050	8.200	7.350
Industri	4.600	8.700	10.500	7.900	13.900	6.200
Sosial	5.400	6.900	6.280	7.900	7.600	4.600
Niaga	8.500	10.300	8.250	13.500	6.300	5.600

Pendapatan historis. Tabel 5 menyajikan pendapatan historis periode Juli–Desember 2024. Pendapatan bulan Desember, sebesar Rp4.024.300.000, digunakan sebagai target pembanding T. Karena cakupan penerimaan historis belum dapat dipastikan sama dengan cakupan enam IPA pada model, target tersebut dievaluasi sebagai sasaran skenario.

Tabel 5: Pendapatan historis PDAM Bone Bolango (2024)

Bulan	Pendapatan (Rp)
Juli	3.948.120.000
Agustus	3.961.800.000
September	3.978.750.000
Oktober	3.995.210.000
November	4.000.670.000
Desember	4.024.300.000

Kapasitas IPA. Tabel 6 menunjukkan kapasitas maksimal tiap IPA dan hasil konversinya menurut asumsi 30 hari operasi per bulan.

Tabel 6: Kapasitas Instalasi Pengolahan Air

IPA	Kapasitas (liter/detik)	Kapasitas (m^3/bulan)
Ulanta	25	64.800
Langge	20	51.840
Longalo	40	103.680
Uwambangan	20	51.840
Kabila Bone	20	51.840
Bilungala	5	12.960
Total	130	336.960

4.2. Kelayakan Sasaran Minimum

Total permintaan menurut Tabel 1 sebesar 601.535,189 m^3/bulan, sehingga kebutuhan untuk melayani 80% dari seluruh permintaan adalah 481.228,151 m^3/bulan. Nilai tersebut melampaui total kapasitas 336.960 m^3/bulan. Oleh sebab itu, kewajiban $x_{ij} \geq 0{,}8D_{ij}$ untuk semua i, j tidak memiliki solusi layak. Ketidaklayakan yang lebih tajam tampak di IPA Bilungala, dengan total permintaan 54.778,210 m^3/bulan dan kapasitas hanya 12.960 m^3/bulan. Maka nilai optimal prioritas pertama memenuhi batas

$$z \geq 1 - \frac{12.960}{0{,}8(54.778{,}210)} = 0{,}704261968\ldots. \tag{8}$$

Batas tersebut tercapai melalui optimasi, sehingga $z^* = 0{,}704261968\ldots$. Artinya, layanan minimum yang dapat dijamin kepada seluruh pasangan IPA–kategori adalah $(1 - z^*) \times 80\% \approx 23{,}6590\%$ dari permintaan, bukan 80%.

4.3. Hasil Optimasi

Nilai setiap prioritas pada solusi tahap ketiga ditampilkan pada Tabel 7. Prioritas ketiga dihitung setelah nilai kedua prioritas lebih tinggi dikunci pada toleransi numerik. Nilai pendapatan dihitung dari solusi numerik sebelum pembulatan; nilai alokasi dalam tabel dibulatkan hingga tiga desimal.

Tabel 7: Hasil optimasi menurut urutan prioritas

Prioritas	Fungsi tujuan	Nilai optimal
P_1	Kekurangan relatif maksimum z	0,704261968
P_2	Total deviasi relatif	7,597550363
P_3	Pendapatan (Rp)	1.817.495.520,24

Tabel 8 menyajikan volume distribusi optimal berdasarkan pasangan IPA dan kategori pelanggan. Seluruh IPA disajikan dalam satu matriks untuk memungkinkan perbandingan langsung antarkategori dan antar-IPA.

Tabel 8: Distribusi optimal setiap IPA dan kategori (m^3/bulan)

Kategori	Ulanta	Langge	Longalo	Uwambangan	Kabila Bone	Bilungala
Rumah tangga	46.206,704	39.392,315	47.213,004	47.905,035	11.190,475	12.596,308
Instansi pemerintah	5.462,935	6.492,520	6.789,800	1.402,765	420,380	259,857
Khusus	392,210	309,570	212,470	138,900	68,410	22,275
Industri	1.402,345	245,360	490,100	113,200	55,670	47,597
Sosial	639,470	402,115	240,550	149,200	31,275	20,023
Niaga	10.696,336	4.998,120	14.870,220	2.130,900	43,210	13,940

Catatan: Alokasi ditampilkan hingga tiga desimal. Nilai fungsi tujuan dan pendapatan dihitung menggunakan solusi sebelum pembulatan.

Jumlah produksi dan sisa kapasitas setiap IPA dirangkum pada Tabel 9. Hasil memperlihatkan bahwa tidak ada pelanggaran kapasitas. Kapasitas Longalo dan Kabila Bone masih tersisa karena permintaan pada masing-masing IPA telah dipenuhi hingga mendekati 100% tanpa memerlukan produksi tambahan.

Tabel 9: Kapasitas dan sisa kapasitas tiap IPA (m^3/bulan)

IPA	Distribusi	Kapasitas	Sisa kapasitas
Ulanta	64.800,000	64.800,000	0,000
Langge	51.840,000	51.840,000	0,000
Longalo	69.816,144	103.680,000	33.863,856
Uwambangan	51.840,000	51.840,000	0,000
Kabila Bone	11.809,420	51.840,000	40.030,580
Bilungala	12.960,000	12.960,000	0,000
Total	263.065,564	336.960,000	73.894,436

4.4. Evaluasi Pelayanan dan Pendapatan

Tabel 10 merangkum persentase realisasi terhadap permintaan serta banyaknya kategori dengan realisasi di bawah target layanan minimum 80%. Angka menunjukkan bahwa kelayakan kapasitas tidak sama dengan pencapaian seluruh sasaran pelayanan.

Tabel 10: Evaluasi tingkat pelayanan pada setiap IPA

IPA	Permintaan (m^3)	Cakupan (%)	Kategori di bawah 80%
Ulanta	256.058,330	25,31	3
Langge	144.936,805	35,77	1
Longalo	69.816,144	100,00	0
Uwambangan	64.136,280	80,83	1
Kabila Bone	11.809,420	100,00	0
Bilungala	54.778,210	23,66	6
Total	601.535,189	43,73	11

Pada IPA Bilungala, keenam kategori berada di bawah 80% permintaan. Persentase distribusi seluruh sistem sebesar 43,73% tidak boleh diartikan sebagai persentase yang sama pada tiap kategori; ketimpangan antarkategori dinyatakan secara lebih tepat oleh nilai z^* dan Tabel 10. Pemenuhan minimum 80% pada seluruh kategori akan membutuhkan tambahan kapasitas dan/atau perubahan cakupan layanan.

Pendapatan dari solusi leksikografis mencapai Rp1.817.495.520,24. Selisih terhadap target historis sebesar Rp4.024.300.000 adalah Rp2.206.804.479,76. Kegagalan mencapai target bukan disebabkan oleh ketidakefisienan solver: jika hanya kendala kapasitas dan batas atas distribusi pada Persamaan (2)–(3) dipertahankan, tanpa sasaran P_1 dan P_2, pendapatan maksimum yang mungkin hanya Rp2.077.581.387,06. Bahkan batas atas yang lebih longgar, yakni $\sum_i Q_i \max_j p_{ij}$ =Rp3.784.968.000, masih lebih rendah daripada target. Dengan demikian, target historis tidak dapat dicapai berdasarkan lingkup enam IPA, tarif, dan kapasitas yang digunakan.

Perbedaan cakupan antara data pendapatan historis dan model, misalnya jenis penerimaan, periode penagihan, atau wilayah layanan, dapat menjelaskan ketidaksepadanan target dengan kapasitas serta tarif yang dianalisis. Oleh karena itu, nilai pendapatan historis digunakan sebagai pembanding skenario; hasil alokasi belum dapat dijadikan rekomendasi operasional tanpa validasi lingkup data dan kondisi jaringan.

4.5. Interpretasi Prioritas dan Keterbatasan

Pemilihan prioritas P_1 lebih dahulu bertujuan mencegah satu kelompok pelanggan menerima alokasi yang sangat rendah tanpa batas relatif. Prioritas P_2 kemudian memperkecil total deviasi relatif, sedangkan P_3 memperbaiki pendapatan sejauh tidak mengorbankan dua prioritas sebelumnya. Karena deviasi relatif yang diminimalkan pada P_2 sangat membatasi ruang alokasi, perbaikan pendapatan pada P_3 dapat menjadi sangat kecil. Oleh sebab itu, hasil tidak boleh diklaim sebagai pendapatan tertinggi tanpa syarat; pendapatan maksimum yang dilaporkan berlaku *dengan dua prioritas sebelumnya dipertahankan.*

Penelitian ini menggunakan data agregat dan asumsi operasi 30 hari. Model belum memasukkan kehilangan air, biaya energi, jarak jaringan, kapasitas pipa, kualitas air, ketidakpastian permintaan, maupun ketersediaan harian sumber air. Selain itu, pengelompokan permintaan berdasarkan IPA diasumsikan tetap, sehingga redistribusi lintas IPA tidak diizinkan. Validitas penerapan praktis memerlukan pemeriksaan data dan persetujuan pihak PDAM.

5. Kesimpulan

Model *preemptive goal programming* dapat menghasilkan alokasi distribusi air bersih yang memenuhi seluruh kendala keras berupa kapasitas tiap IPA dan batas maksimum permintaan. Solusi berdasarkan tiga prioritas menghasilkan distribusi sekitar 263.065,564 m^3/bulan dengan pendapatan sekitar Rp1.817.495.520,24. Meskipun tidak terdapat pelanggaran kapasitas, target pelayanan minimum 80% tidak dapat dipenuhi untuk 11 dari 36 pasangan IPA–kategori, dan target pendapatan Rp4.024.300.000 juga tidak tercapai. Total kapasitas 336.960 m^3/bulan lebih kecil daripada 80% total permintaan, sehingga kendala layanan minimum untuk seluruh kategori tidak layak secara matematis. Hasil tersebut menegaskan pentingnya membedakan sasaran pelayanan dan pendapatan yang bersifat lunak dari kapasitas produksi yang merupakan kendala keras. Penerapan operasional memerlukan validasi periode data, cakupan pendapatan, serta kondisi aktual jaringan distribusi.

Daftar Pustaka

[1] A. Meflinda and Mahyani, *Operations Research (Riset Operasi)*. Pekanbaru: UR Press, 2011.

[2] M. Thomas and L. Sela, "A mixed-integer linear programming framework for optimization of water network operations problems," *Water Resources Research*, vol. 60, no. 2, e2023WR034526, 2024. DOI: 10.1029/2023WR034526

[3] B. Brentan, F. Mota, A. Menapace, A. Zanfei, and G. Meirelles, "Optimizing pump operations in water distribution networks: Balancing energy efficiency, water quality and operational constraints," *Journal of Water Process Engineering*, vol. 63, p. 105 374, 2024. DOI: 10.1016/j.jwpe.2024.105374

[4] G. Perelman, L. Xing, M. Housh, V. Kandiah, B. Fishbain, and E. Shafiee, "Greedy budget allocation for optimizing the performance of water distribution systems under intermittent supply conditions," *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 151, no. 7, p. 04 025 018, 2025. DOI: 10.1061/JWRMD5.WRENG-6463

[5] L. S. Kawulusan, A. J. Rindengan, and Y. A. R. Langi, "Model optimasi produksi air bersih PDAM kabupaten bolaang mongondow timur menggunakan metode Preemptive Goal Programming," *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, vol. 9, no. 2, pp. 120–125, 2020. DOI: 10.35799/dc.9.2.2020.29187

[6] M. Sualang, N. Nainggolan, and J. Kekenusa, "Optimasi produksi air bersih pelanggan PT. Air Manado menggunakan metode Goal Programming," *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, vol. 7, no. 1, pp. 29–34, 2018. DOI: 10.35799/dc.7.1.2018.19551

[7] W. K. L. Sinsu and E. Aryanny, "Optimasi perencanaan produksi cat dengan metode Goal Programming pada PT. Tunggal Djaja Indah," in *Prosiding SENIATI*, vol. 6, 2022, pp. 1–8. DOI: 10.36040/seniati.v6i1.4828

[8] A. Pradjaningsih, E. Andora, and K. A. Santoso, "Implementasi metode Goal Programming untuk optimasi produksi cokelat pada UMKM," *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, vol. 12, no. 2, pp. 119–123, 2024. DOI: 10.37905/euler.v12i2.26904

[9] R. D. Safitri and R. S. Winanda, "Penerapan metode Goal Programming Non-Preemptive dalam mengoptimalkan produksi air bersih PDAM kota padang panjang," *Journal of Mathematics UNP*, vol. 9, no. 1, pp. 26–36, 2024. DOI: 10.24036/unpjomath.v9i1.15657

[10] B. P. J. Becker, C. J. Jagtenberg, K. Horváth, A. Mitchell, and J. A. Rodríguez-Sarasty, "Optimization methods in water system operation," *WIREs Water*, vol. 11, no. 6, e1756, 2024. DOI: 10.1002/wat2.1756

[11] N. Taheri and M. S. Pishvaee, "A regret-based robust optimization model for municipal water distribution network redesign under disruption risks," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 185, p. 108 676, 2024. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2024.108676

[12] E. Salomons, H. Cao, K. Korder, A. Ostfeld, and P. Li, "Real-time optimal operation of water systems under demand uncertainty and maximum water age constraints," *Water Resources Research*, vol. 61, no. 7, e2024WR038587, 2025. DOI: 10.1029/2024WR038587

[13] E. Musabandesu and M. S. Mauter, "Optimizing distribution controls for safe, affordable, low-carbon water supply," *Water Resources Research*, vol. 61, no. 9, e2024WR039830, 2025. DOI: 10.1029/2024WR039830

[14] H. Chang, G. Li, C. Zhang, and Z. Huo, "Efficient and equitable irrigation management: A fuzzy multi-objective optimization model integrating water movement processes," *Journal of Environmental Management*, vol. 371, p. 123 164, 2024. DOI: 10.1016/j.jenvman.2024.123164

[15] T. Aningke, D. Hartama, S. R. Andani, Solikhun, and J. T. Hardinata, "Linear programming metode simpleks dalam optimasi keuntungan produksi makanan ringan," in *Prosiding Seminar Nasional Riset Information Science (SENARIS)*, vol. 2, 2020, pp. 365–375. DOI: 10.30645/senaris.v2i0.184

[16] A. Rahmah et al., "Studi literatur: Optimasi perencanaan produksi dengan metode Goal Programming," *Algoritma: Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, Kebumian dan Angkasa*, vol. 3, no. 1, pp. 178–189, 2025. DOI: 10.62383/algoritma.v3i1.379