MEMBANGUN *GAUSSIAN CLASSIFIER* DALAM MENGENALI OBJEK DALAM BENTUK IMAGE

Irwan Budi Santoso
Jurusan Teknik Informatika, Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
irwan.budi331177@gmail.com

Abstrak-*Distribusi Multivariate Normal (Gaussian) adalah salah satu distribusi yang sering digunakan, mengingat hampir semua kejadian bisa didekati dengan distribusi tersebut. Dalam mengenali suatu objek dalam bentuk image, fitur objek tersebut kerapkali mengikuti distribusi Multivariate Gaussian dengan parameter mean* μ *dan covariance* Σ *yang berbebeda-beda. Parameter* μ *dan* Σ *yang berbeda-beda tersebut akan menghasilkan nilai probability density function (pdf) yang berbeda pula. Berdasarakan nilai probability density function ini selanjutnya dapat dibentuk fungsi diskriminan untuk mengenali objek (Gaussian Classifier). Kehandalan Gaussian Classifer dalam mengenali objek dalam bentuk image dipengaruhi oleh 2 faktor utama yaitu ketepatan dan keakuratan dalam pengambilan data objek training yang akan berpengaruh terhadap ketepatan dan keakuratan fitur yang diambil dan asumsi distribusi Multivariate Normal dari fitur objek yang diambil harus terpenuhi. Untuk memenuhi asumsi multivariate distribusi Multivariate Normal maka harus dilakukan pengujian terhadap normalitas distribusi fitur setiap kelas objek.*

Kata Kunci : *Distribusi Gaussian, Parameter Distribusi, Probability Density Function, Fungsi Diskriminan*

1. PENDAHULUAN

Pengenalan suatu objek dalam bentuk *image* sangat dipengaruhi oleh ketepatan dan keakuratan dalam pengambilan datanya. Pengeambilan data yang tepat dan akurat akan menghasilkan *image* dengan fitur-fitur yang mewakili objek yang bersangkutan. Dalam prakteknya ukuran atau dimensi fitur pada *image* sangat mempengaruhi tingkat keakuratan dalam pengenalan objek (irwan, 2012). Selain dimensi fitur objek, faktor lain yang memberikan kontribusi besar terhadap keberhasilan dalam pengenalan objek adalah distribusi fitur objek (irwan, 2013). Untuk data sampel training dengan ukuran relative besar, biasanya fitur objek mengikuti distribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*), sehingga akan berpengaruh terhadap fungsi diskriminan yang akan dibangun. Berdasarkan hal tersebut, muncul persoalan bagaimana membangun aplikasi pengenalan objek dalam bentuk *image* dengan fitur objek mengikuti distribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*).

2. DISTRIBUSI *MULTIVARIATE NORMAL* (*GAUSSIAN*)

Distribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*) adalah salah satu distribusi yang paling sering digunakan karena hampir setiap kejadian disekitar kita bisa didekati dengan distribusi tersebut.

Bila diketahui objek dalam bentuk *image*, dengan variabel fitur x mengikuti distribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*) dengan parameter *mean* sama dengan μ dan *covariance* sama dengan Σ (dapat ditulis $x \sim N(\mu, \Sigma)$), maka *probability density function* (*pdf*) (Andrew, 2011) dari fitur x didefiniskan

$$p(x \mid \mu, \Sigma) = N(x, \mu, \Sigma)$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} exp\left\{ -\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu) \right\} \quad (1)$$

dengan d adalah dimensi fitur objek (*image*).

3. PENDUGAAN PARAMETER DISTRIBUSI MULTIVARIATE NORMAL (GAUSSIAN)

Pendugaan parameter distribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*) dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood* yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* terhadap parameter distribusi $\theta = (\mu, \Sigma)$. Bila diketahui sampel fitur objek, $\{x_1, ..., x_n\}$, $x_i \in R^d$ dan dengan asumsi bahwa setiap fitur bersifat independen maka fungsi likelihood fitur tersebut (Andrew, 2011) adalah

$$L(\theta, x_1, ..., x_2) = \prod_{I=1}^{n} \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} exp\left\{ -\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu) \right\} \quad (2)$$

Untuk mempermudah dalam memaksimum-kan fungsi *likelihood* dapat dilakukan dengan melogaritmakan fungsi persamaan 2, sehingga diperoleh

$$log(L(\theta, x_1, ..., x_2)) = log\left(\prod_{I=1}^{n} \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} exp\left\{ -\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu) \right\} \right)$$
$$= -\frac{nd}{2} log(2\pi) + \frac{n}{2} log(|\Sigma|) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu) \quad (3)$$

Langkah selanjutnya adalah memaksimum-kan fungsi $log(L)$ dengan cara melakukan deferensial fungsi tersebut terhadap paramater μ dan Σ dan disama dengankan dengan nol.

$$\frac{\partial\, log(L)}{\partial \mu} = 0$$
$$\sum_{i=1}^{n} \Sigma^{-1} (x_i - \mu) = 0$$
$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \quad (4)$$

$$\frac{\partial\, log(L)}{\partial \Sigma} = 0$$
$$\frac{n}{2} \left(\Sigma^{-1}\right)^{-1} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (x-\mu)(x-\mu)^T = 0$$
$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x-\mu)(x-\mu)^T$$

Karena pendugaan parameter untuk matrik *covariance* adalah bias (*biased*) terhadap parameternya, dimana

$$E(\hat{\Sigma}) = \frac{n-1}{n} \Sigma$$

maka agar hasil pendugaan parameternya tidak bias (*unbiased*), hasil pendugaan parameter matrik *covariance* harus dirubah menjadi

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x-\mu)(x-\mu)^T \quad (5)$$

4. UJI NORMALITAS DISTRIBUSI MULTIVARIATE NORMAL (GAUSSIAN)

Sebelum dibangun Gaussian Classifer, terlebih dahulu fitur objek harus diuji apakah fitur tersebut memenuhi asumsi distribusi *Multivariate Normal* atau tidak. Langkah awal untuk menguji normalitas dari fitur objek adalah merumuskan hipotesis pengujian

H_0 : fitur berdistribusi *Multivariate Normal*
H_1 : fitur tidak berdistribusi *Multivariate Normal*

Bila diketahui sampel fitur objek, $\{x_1, ..., x_n\}$, $x_i \in R^d$, langkah selanjutnya agar bisa menyimpulkan hipotesis tersebut dilakukan perhitungan jarak *Mahalanobis* sebagai berikut:

$$m_i^2 = (x_i - \hat{\mu})^T \hat{\Sigma}^{-1} (x_i - \hat{\mu}) \quad (6)$$

Nilai m_i^2 selanjutnya diurutkan dan diplot dengan nilai persentil distribusi $\chi^2_{(1-\alpha_i, d)}$ dengan $1-\alpha_i = (i-0.5)/n$, $i = 1, ..., n$ (Alexander, 2004) sehingga didapat pasangan titik $\left[m_i^2, \chi^2_{(1-\alpha_i, d)}\right]$. Bila plot dari pangana titik tersebut membentuk garis lurus diagonal maka disimpulkan gagal tolak H_0 yang artinya fitur objek tersebut memenuhi asumsi distribusi *Multivariate Normal*.

5. FUNGSI DISKRIMINAN

Dasar yang digunakan untuk membangun fungsi diskriminan adalah peluang bersyarat. Bila diketahui ω_j adalah data fitur kelas j, dan x adalah fitur objek (*pattern* x), maka peluang bersyarat ω_j bila diketahui x adalah

$$p(\omega_j \mid x) = \frac{p(\omega_j)p(x \mid \omega_j)}{p(x)} \qquad (7)$$

Nilai $p(\omega_j \mid x)$ equivalen dengan nilai $log(p(\omega_j \mid x))$, sehingga:

$$log(p(\omega_j \mid x)) = log\left(\frac{p(\omega_j)p(x \mid \omega_j)}{p(x)}\right)$$
$$= log(p(x \mid \omega_j)) + log(p(\omega_j)) - log(p(x)) \qquad (8)$$

Karena nilai $p(x)$ sama untuk semua kelas maka selanjutnya dapat dibangun fungsi diskriminan sebagai berikut:

$$g_j(x) = log(p(x \mid \omega_j)) + log(p(\omega_j)) \qquad (9)$$

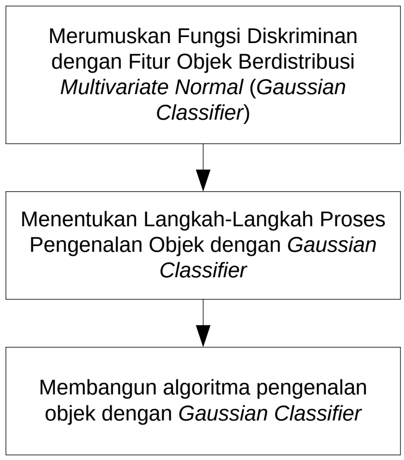
Berdasarkan persamaan 9, maka aturan untuk mengklasifikasikan *pattern* x adalah

$$\hat{c} = arg\,max_c\left(g_j(x)\right),\ j = 1,...,C \qquad (10)$$

dengan $\hat{c}$ adalah kelas objek yang terpilih.

6. METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini pembahasan lebih difokuskan bagaimana membangun *Gaussian Classifier* dalam mengenali objek dengan fitur objek berdistribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*). Oleh karena itu, langkah-langkah pada penilitian ini lebih ditekankan pada proses membangun *Gaussian Classifier*, cara menggunakannya dan bagaimana algoritma komputasinya. Adapun langkah-langkah pada penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Langkah-langkah Penelitian Membangun *Gaussian Classifier* untuk Mengenali Objek

Langkah pertama dalam penelitian ini adalah merumuskan fungsi diskriminan pada persamaan 9 dengan memasukkan model *pattern* objek dengan asumsi seperti pada persamaan 1. Perumusan ini dilakukan untuk mendapatkan fungsi diskriminan dengan fitur objek berdistribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*) atau biasa disebut *Gaussian Classifier*. Langkah berikutnya adalah menentukan langkah-langkah membangun proses pengenalan objek dengan *Gaussian Classifier* yaitu dengan membangun blok sistem training ataupun testing. Dan langkah terakhir adalah membangun algoritma pengenalan objek dengan *Gaussian Classifier* yang mengacu pada langakah kedua, sehingga siap untuk diimplementasi kan dalam bentuk koding.

7. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari pembahasan pada bab 2 sampai bab 6, dan dengan memperhatikan langkah-langkah metode penelitian pada Gambar 1, untuk lebih jauh akan dibahas dan dikaji bagaimana *Gaussian Classifier* digunakan dalam mengenali objek khususnya dengan fitur objek berdistribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*)

7.1 Merumuskan Fungsi Diskriminan dengan Fitur Objek Berdistribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*)

Bila diketahui ω_j adalah data vektor fitur pada kelas j yang memiliki model distribusi *Multivariate Normal* dengan *mean* vektor μ_j dan matrik *covariance* $\sum_j$ maka probabilitas bersayarat *pattern* x bila diketahui ω_j ditulis

$$p(x \mid \omega_j) = N(x, \mu_j, \Sigma_j)$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^{d/2}|\Sigma_j|^{1/2}} exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu_j)^T \Sigma_j^{-1}(x-\mu_j)\right\} \quad (11)$$

Dengan melakukan subtitusi persamaan 11 ke persamaan 9, selanjutnya didapatkan fungsi diskriminan sebagai berikut:

$$g_j(x) = log(p(\omega_j)) + log(p(x \mid \omega_j))$$
$$= log(p(\omega_j)) + log\left(\frac{1}{(2\pi)^{d/2}|\Sigma_j|^{1/2}} exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu_j)^T \Sigma_j^{-1}(x-\mu_j)\right\}\right)$$

$$= log(p(\omega_j)) - \frac{d}{2}log(2\pi) - \frac{1}{2}log(|\Sigma_j|) - \frac{1}{2}(x-\mu_j)^T \Sigma_j^{-1}(x-\mu_j)$$

kerena nilai $\frac{d}{2}log(2\pi)$ sama untuk semua kelas maka

$$g_j(x) = log(p(\omega_j)) - \frac{1}{2}log(|\Sigma_j|) - \frac{1}{2}(x-\mu_j)^T \Sigma_j^{-1}(x-\mu_j) \quad (12)$$

Nilai μ_j dan $\sum_j$ selanjutnya diganti dengan nilai hasil estimasi berdasarkan data training seperti pada persamaan 4 dan 5. Sehingga didapat fungsi diskriminan atau *Gaussian Classifier* sebagai berikut

$$g_j(x) = log(p(\omega_j)) - \frac{1}{2}log(\hat{\Sigma}_j) - \frac{1}{2}(x-\hat{\mu}_j)^T \hat{\Sigma}_j^{-1}(x-\hat{\mu}_j) \quad (13)$$

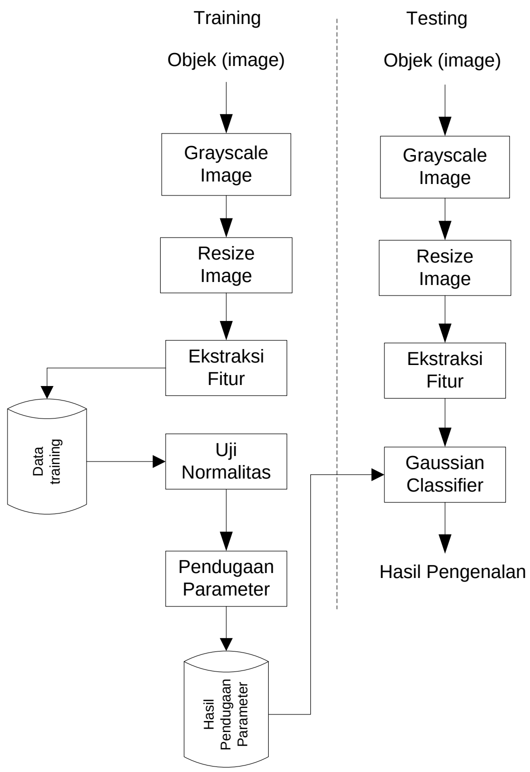
Dengan

$$p(\omega_j) = n_j / \sum_{i=1}^{C} n_i ,$$

n_j adalah banyaknya data pada kelas j.

7.2 Langkah-Langkah Pengenalan Objek Dengan *Gaussian Classifier*

Langkah-langkah pengenalan objek dengan *Gaussian Classifier* dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Proses Training dan Testing Pengenalan Objek dengan *Gaussian Classifier*

Dari Gambar 2. dapat dijelaskan bahwa pada proses training, objek dalam bentuk image dirubah dalam bentuk grayscale serta melakukan *resize* terhadap setiap objek image dengan tujuan dimensi atau ukuran image menjadi sama. Langkah selanjutnya adalah ekstraksi fitur dari image bisa berdasarkan intensitas pixel atau yang lain dan data hasil ekstrasi selanjutnya disimpan ke database. Data fitur hasil ekstrasi yang telah tersimpan dalam database selanjutnya diuji normalitasnya untuk memastikan agar *Gaussian Classifier* layak digunakan. Langkah terakhir pada proses training adalah pendugaan parameter distribusi *Multivariate Normal* dari data fitur pada setiap kelas objek dan hasilnya disimpan dalam database. Sedangkan pada proses testing langkah-langkahnya hampir sama pada proses training sampai dengan ekstrasi fitur, hanya saja hasil ekstraksi fitur selanjutnya dengan menggunakan *Gaussian Classifier* dan hasil dari penduggan parameter distribusi akan dihitung nilai diskriminan masing-masing kelas dan ditentukan hasil pengenalan objeknya berdasarkan nilai tersebut.

7.3 Membangun Algoritma *Gaussian Classifier*

Berdasarkan hasil perumusan fungsi diskriminan pada bab 7.1 dan langkah-langkah pengenalan objek pada bab 7.2 selanjutnya dapat dibangun algoritma *Gaussian Classifier* yang secara rinci bisa dilihat pada Algoritma gj.

ALGORITMA gj(x, mu,sigma,nj,C)
*//**input**: **x** adalah pattern x berdasarkan //ekstraksi fitur objek testing*
*//**input**: **mu, sigma** adalah hasil pendugaan //parameter mean vektor dan matrik //covariance pada setiap kelas berdasarkan //data training*
*//**input**: **nj, C** adalah banyak data pada //setiap kelas pada data training, banyak //kelas objek*
*//**output**: **gjx, kelas** adalah nilai diskriminan //pada setiap kelas objek, hasil pengenalan*

//menghitung total banyaknya data pada //seluruh kelas
ntot←0
for j→1 **to** C do {
    ntot←ntot + nj[j]
}

for j→1 **to** C do {
    // menentukan nilai $p(\omega_j)$
    pw[j]←nj[j]/ntot

    // menentukan nilai $\left|\hat{\Sigma}_j\right|$ *dan* $\hat{\Sigma}_j^{-1}$
    detSigma←det(sigma[j,:,:])
    invSigma←inv(sigma[j,:,:])

    // menentukan nilai $(x-\hat{\mu}_j)$ *dan* $(x-\hat{\mu}_j)^T$
    x_mu←subt(x,mu[j,:])
    trans_x_mu←trans(x_mu)

    // menentukan nilai $(x-\hat{\mu}_j)^T\hat{\Sigma}_j^{-1}(x-\hat{\mu}_j)$
    mult1←mult(invSigma,x_mu)
    mult2←mult(trans_x_mu,mult1)

    // menentukan nilai gjx
    gjx[j]←log(pw[j]-0.5*log(detSigma)
        - 0.5*mult2
}

kelas←argmax(gjx)

return gjx, kelas

Sebagai catatan penting dalam membaca Algoritma gj adalah ada fungsi-fungsi tambahan yang harus dibuat terlebih dahulu sebelum membangun Algoritma **gj** diantaranya fungsi **det** untuk menentukan nilai determinan, fungsi **inv** untuk menentukan nilai invers, fungsi **subt** untuk pengurangan dua buah matrik, fungsi **trans** untuk mentranspose suatu matrik, fungsi **mult** untuk mengalikan dua buah matrik dan fungsi **argmax** untuk mendapatkan indeks dengan nilai gjx paling besar.

8. KESIMPULAN

Dalam membangun *Gaussian Classifier* sangat dipengaruhi oleh distribusi fitur dari objek khususnya dalam bentuk image. Penggunaan *Classifier* tersebut mutlak mensyaratkan fitur objek harus mengikuti distribusi *Multivariate Normal* (*Gaussian*) dengan parameter mean μ dan covariance Σ. Parameter μ dan Σ untuk setiap kelas objek nilainya berbeda-beda, sehingga akan menghasilkan nilai *probability density function* (*pdf*) yang berbeda pula. Berdasarakan nilai *pdf* ini selanjutnya dapat dibangun fungsi diskriminan untuk mengenali objek (*Gaussian Classifier*). Sedangkan kehandalan *Gaussian Classifer* dalam mengenali objek khususnya dalam bentuk image dipengaruhi oleh ketepatan dan keakuratan dalam pengambilan data objek training selain mensyaratkan distribusi fitur objek harus memenuhi asumsi distribusi *Multivariate Normal*.

9. REFERENSI

[1] Andrew, 2011," Statistical pattern recognition" ,Third Edition, John Wiley & Sons, Ltd

[2] Alexsander, 2004, "Testing the assumption of multivariate normality", Psychology Science, Volume 46, p. 243-258, Michigan State University, Department of Psychology, USA

[3] Irwan, 2012, "Model Pengenalan Terbaik Dengan Tree-Augmented Network (TAN) dan Estimator Maximum Likelihood (ML) Berdasarkan Fitur Objek ", Jurnal MATICS, No. 5, Vol. 4, Halaman 197-203, Teknik Informatika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

[4] Irwan,2013,"Mutual Information Dalam Mengenali Objek Dengan Fitur Berdistribusi Bivariate Gaussian" Jurnal MATICS, No. 2, Vol. 5, Halaman 119-124, Teknik Informatika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang